

2024 学年第一学期八年级数学阶段练习

一、填空题 (每题 3 分, 共 33 分)

1. 已知关于 x 的方程 $(m^2-1)x^2+2(m-1)x+1=0$ 有且只有一个实数解, 则 m 应满足条件_____.
2. 若关于 x 的一元二次方程 $(a+1)x^2+x+a^2-1=0$ 的一个根是 0, 则 a 的值为_____.
3. 已知 $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b}-1)=6$, 则 $\sqrt{a}+\sqrt{b}=\rule{1cm}{0.4pt}$.
4. 若 $\sqrt{\frac{-x+1}{x^2}}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.
5. 化简: $x\sqrt{-\frac{12}{x^3}}=\rule{1cm}{0.4pt}$.
6. 化简: $\sqrt{5-\sqrt{21}}-\sqrt{5+\sqrt{21}}=\rule{1cm}{0.4pt}$.
7. 求值: $\sqrt{1+\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+\sqrt{1+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}}+\cdots+\sqrt{1+\frac{1}{2023^2}+\frac{1}{2024^2}}=\rule{1cm}{0.4pt}$.
8. 已知 $a+\sqrt{4-4a+a^2}=2$, 则 a 的取值范围是_____.
9. 在实数范围内分解因式: $-2x^2+3xy+y^2=\rule{1cm}{0.4pt}$.
10. 已知等腰 $\triangle ABC$ 的一条边长为 4, 另外两边长是关于 x 的方程 $x^2-mx+5=0$ 的两根, 则三角形的周长为_____.
11. 若三个整数 a, b, c 使得方程 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根为 a, b , 则 $a+b+c$ 的值为_____.

二、选择题 (每题 3 分, 共 15 分)

12. 下列二次根式中, 最简二次根式是 ()

A. $\sqrt{0.3a}$ B. $\sqrt{40}$ C. $\sqrt{a^2-b^2}$ D. $\sqrt{a-\frac{1}{2}}$

13. 根式 $\sqrt{45}, \sqrt{\frac{1}{27}}, \sqrt{12}, \sqrt{\frac{1}{50}}, \sqrt{3}, \sqrt{\frac{1}{10}}$ 中, 与 $\sqrt{2}$ 是同类二次根式的有 () 个

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

14. 下列方程中, 是一元二次方程的是 ()

A. $2x^2+3x=(1+2x)(2+x)$ B. $(k-1)x^2-6kx+5=0$

C. $\frac{2x^3}{x} - 8x + 1 = 0$

D. $x^2 = -1$

15. 关于 x 的两个方程 $x^2 + 4mx + 4m^2 + 2m + 3 = 0$, $x^2 + (2m+1)x + m^2 = 0$ 中至少有一个方程有实数根, 则 m 的取值范围是 ()

A. $-\frac{3}{2} < m < -\frac{1}{4}$

B. $m \leq -\frac{3}{2}$ 或 $m \geq -\frac{1}{4}$

C. $-\frac{1}{4} < m < \frac{1}{2}$

D. $m \leq -\frac{3}{2}$ 或 $m \geq \frac{1}{2}$

16. 甲容器盛满酒精, 乙容器盛满水, 乙容器的容量是甲容器的 2 倍. 现从两容器中各取出 6L 来, 然后把酒精注入乙容器, 把水注入甲容器, 这时甲、乙两容器中酒精与水量的比相等, 则甲容器原有酒精 ()

A. 6L

B. 9L

C. 12L

D. 18L

三、计算与解关于 x 的方程 (每题 4 分, 共 24 分)

17. 计算: $(-\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{6})(-\sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{6})$

18. $-6\sqrt{\frac{3m^2 - 3n^2}{2a^2}} \div \frac{3}{2}\sqrt{\frac{m+n}{a^2}} \cdot \sqrt{\frac{a^2}{m-n}} \cdot \sqrt{-a}$

19. $4x^4 = 9(1-x)^2$

20. 解方程: $2x^2 - 8x - 617 = 0$

21. $(\sqrt{3}-1)x^2 - (5-\sqrt{3})x + 2\sqrt{3} = 0$

22. 计算: $ax^2 + 2x + a = 0$

四、解答题 (23、24 题每题 5 分, 25、26、27 题每题 6 分, 共 28 分)

23. 已知 $a+b=-3$, $ab=1$, 求 $a\sqrt{\frac{a}{b}} + b\sqrt{\frac{b}{a}}$ 的值.

24. 已知实数对 (x, y) 满足 $(x+4)^2 + (y+3)^2 = 6$, 求 $\frac{x}{y}$ 的最大值.

25. 若方程 $(m^2-1)x^2 + 2(m+1)x + 1 = 0$ 没有实数根, 试判定方程 $(m+3)x^2 - 2(m-3)x - m - 5 = 0$ 的根的情况.

26. 某种时装, 平均每天销售 20 件, 每件盈利 44 元; 若每件降价 1 元, 则每天可多售出 5 件.

(1) 若想达到每天盈利 1600 元, 每件可降价多少元?

(2) 若想盈利达到最大值, 每件可降价多少元?

27. 已知关于 x 的两个一元二次方程：方程①： $\left(1+\frac{k}{2}\right)x^2+(k+2)x-1=0$ ；方程②：

$$x^2+(2k+1)x-2k-3=0.$$

(1) 若方程①和②只有一个方程有实数根，求整数 k ；

(2) 若方程①和②有一个公共根 a ，求代数式 $(a^2+4a-2)k+3a^2+5a$ 的值.