

2023 学年度第一学期期末八年级自适应练习

数学学科

(时间 90 分钟, 满分 100 分)

一、单项选择题 (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分)

1. 下列二次根式, 如果与 $\sqrt{2a}$ 是同类二次根式, 那么这个根式是 ()

- A. $\sqrt{3a}$ B. $\sqrt{2a^2}$ C. $\sqrt{16a}$ D. $\sqrt{8a}$

2. $\sqrt{5m+n}$ 的有理化因式是 ()

- A. $\sqrt{5m} + \sqrt{n}$ B. $\sqrt{5m+n}$ C. $\sqrt{5m} - \sqrt{n}$ D. $\sqrt{5m-n}$

3. 下列函数中, y 的值随 x 的值增大而减小的是 ()

- A. $y = 5x$ B. $y = \frac{5}{x}$ C. $y = -5x$ D. $y = -\frac{5}{x}$

4. 在下列关于 x 的一元二次方程中, 一定有两个不相等的实数根的是 ()

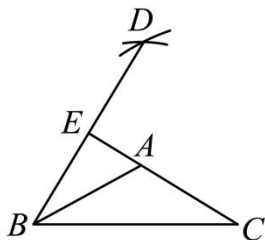
- A. $x^2 - 3x - 1 = 0$ B. $3x^2 - x + 1 = 0$

- C. $x^2 + 3 = 0$ D. $x^2 - 4x + 4 = 0$

5. 下列命题的逆命题是假命题的是 ()

- A. 如果一个三角形是轴对称图形, 那么这个三角形是等边三角形
B. 如果两个三角形关于某个点成中心对称, 那么这两个三角形全等
C. 如果一个三角形的两个锐角的和为 90° , 那么这个三角形是直角三角形
D. 如果两个三角形能够互相重合, 那么这两个三角形是全等三角形

6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC$ 是钝角, 以点 C 为圆心、 CB 的长为半径画弧, 再以点 A 为圆心、 AB 的长为半径画弧, 这两条弧相交于点 D , 连接 BD , 延长 CA 交 BD 于点 E . 下列结论中一定正确的是 ()



- A. $BC = BD$ B. $2AE = AB$
C. $BE = DE$ D. $\angle ABD = \angle ABC$

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 3 分, 满分 36 分)

7. 化简: $\sqrt{\frac{a^3}{9}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 方程 $2x^2 - x = 0$ 的根是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

9. 函数 $y = \sqrt{3x+4}$ 的定义域是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

10. 已知函数 $f(x) = \frac{x+4}{2x-1}$, 那么 $f(2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

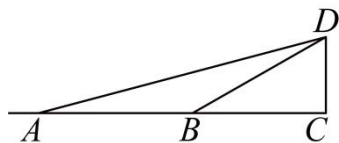
11. 在实数范围内分解因式: $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 如果反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 是常数, $k \neq 0$) 的图象位于第二、四象限, 那么 $k = \underline{\hspace{2cm}}$. (只需写一个数值)

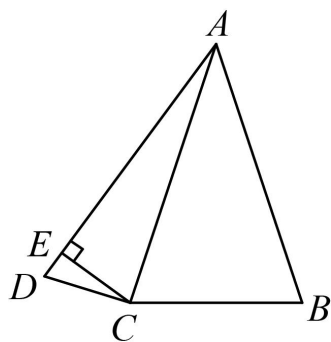
13. 某种商品原价为 100 元, 经过连续两次的降价后, 价格变为 81 元, 如果每次降价的百分率是一样的, 那么每次降价的百分率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 已知 M 、 N 是两个定点, 那么经过这两个定点的圆的圆心轨迹是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 如图, 为了测量塔 CD 的高度, 现选取两个测量点 A 和 B (点 A 、 B 、 C 在一条直线上), 测得 $\angle CAD = 15^\circ$, $\angle CBD = 30^\circ$. 如果 $AB = a$, 那么塔高 $CD = \underline{\hspace{2cm}}$ (结果用含字母 a 的代数式表示).



16. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB = AC$, $CE \perp AD$, 垂足为点 E . 如果 $CE = \frac{1}{2}BC$, $\angle CAD = 18^\circ$, 那么 $\angle B = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.

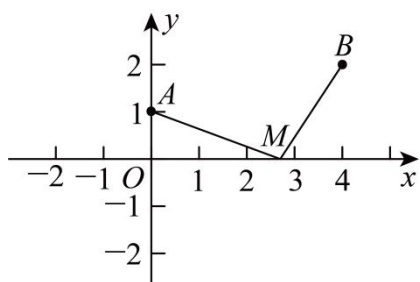


17. 小明求代数式 $\sqrt{x^2+1} + \sqrt{(x-4)^2+4}$ 的最小值时, 采用如下方法: 如图, 在同一直角坐标平面内, 设

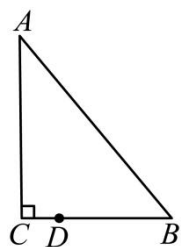
$M(x, 0)$ 为 x 轴上的一个动点, 选取点 $A(0, 1)$ 和 $B(4, 2)$, 根据两点的距离公式得 $AM = \sqrt{x^2+1}$,

$BM = \sqrt{(x-4)^2+4}$, 通过构造, 将求代数式的最小值转化为求 $AM + BM$ 的最小值, 由此小明求出

$\sqrt{x^2+1} + \sqrt{(x-4)^2+4}$ 的最小值等于_____.



18. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 2\sqrt{6}$, $AB = 2\sqrt{10}$, 点 D 在边 BC 上, 且 $CD = \frac{1}{3}BD$. 现将 $\triangle ABC$ 绕着点 D 旋转得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 点 A_1 、 B_1 、 C_1 分别与点 A 、 B 、 C 对应, 连接 AA_1 . 如果点 C_1 在线段 AD 的延长线上, 那么 $AA_1 =$ _____.

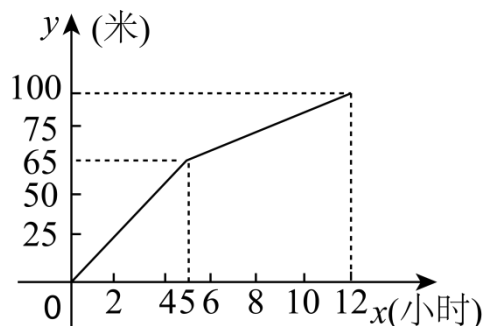


三、简答题 (本大题共 4 题, 每题 6 分, 满分 24 分)

19. 计算: $\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{6}}{2} + \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}} - \frac{2}{2-\sqrt{3}}$.

20. 解方程: $\frac{x(x-4)}{2} = x+8$.

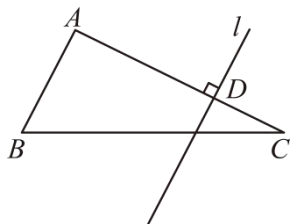
21. 现有两段长度相等的路面需要摊铺, 分别交给甲乙两队完成. 甲队摊铺路面的长度 y (米) 与摊铺时间 x (小时) 的函数关系的图象如图所示; 乙队摊铺路面的长度 y (米) 与摊铺时间 x (小时) 的函数解析式是 $y = 10x$ ($0 \leq x \leq 10$). 结合图象提供的信息, 回答下列问题:



- (1) 甲队摊铺的路面总长是_____米;
- (2) 在图中画出乙队摊铺路面的长度 y (米) 与摊铺时间 x (小时) 的函数关系的图象;
- (3) 当甲队的工作效率发生变化的这个时刻, 乙队摊铺路面的长度是_____米;

(4) 甲队的平均工作效率是每小时_____米.

22. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $BC = \sqrt{5}AB$, 直线 $l \perp AC$, 垂足为点 D .

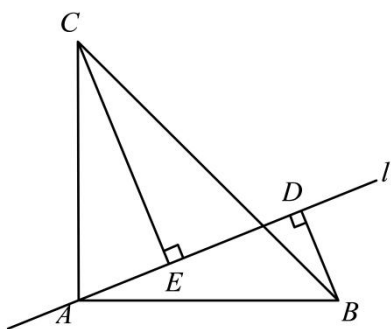


(1) 如果点 E 在直线 l 上, 且点 E 到 $\angle BAC$ 两边的距离相等, 试用直尺和圆规作出满足上述条件的点 E (不写作法, 仅保留作图痕迹, 在图中清楚地标注出点 E);

(2) 在第 (1) 题的条件下, 连接 BE 和 CE , 如果 $\frac{S_{\triangle ABE}}{S_{\triangle ACE}} = \frac{1}{2}$, 请判断 $\triangle ABC$ 的形状, 并说明理由.

四、解答题 (本大题共 3 题, 第 23、24 题每题 8 分, 第 25 题 12 分, 满分 28 分)

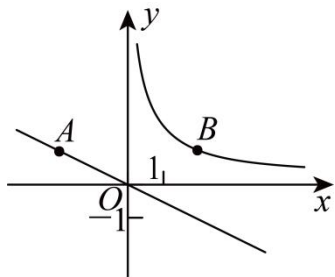
23. 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 A 在边 BC 的垂直平分线上, 直线 l 经过点 A , BD 、 CE 分别垂直于直线 l , 垂足分别为点 D 、 E , 且 $BD = AE$.



(1) 求证: $\triangle ABD \cong \triangle CAE$.

(2) 取边 BC 的中点 F , 连接 EF , 求证: EF 平分 $\angle DEC$.

24. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 正比例函数 $y = -\frac{1}{2}x$ 的图像经过点 $A(-2, m)$, 点 A 与点 B 关于 y 轴对称, 且点 B 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图像上.



(1) 求 m 的值和反比例函数的解析式;

(2) 设 P 是直线 $y = -\frac{1}{2}x$ 上的一动点. 当线段 BP 最短时, 求 $\triangle ABP$ 的面积.

25. 【图形新发现】小普同学发现: 如果一个三角形的一条角平分线与一条中线互相垂直, 那么这个三角形的某两条边必有倍半关系.

如图 1, 已知在 $\triangle ABC$ 中, BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, AE 是 $\triangle ABC$ 的中线, $AE \perp BD$, 垂足为点 F .

(1) 根据图 1, 写出 $\triangle ABC$ 中小普同学所发现的结论, 并给出证明;

【图形再探究】现将小普同学所研究的三角形称为“线垂”三角形, 并将被这条内角平分线所平分的内角叫做“分角”. 下面我们跟着小普同学再探究:

(2) 在如图 1 中, “线垂”三角形 ABC 是否可以是直角三角形? 如果可以, 求 $\angle DBC$ 的度数; 如果不可以, 请说明理由;

(3) 已知线段 MN , 是否存在一点 P , 使得以 MN 为一边的“线垂”三角形 PMN 为等腰三角形? 如果存在, 请在图 2 中用直尺和圆规做出 $\angle PMN$ 为“分角”的“线垂”等腰三角形 PMN (不写作法, 仅保留作图痕迹, 在图中清楚地标注出点 P), 并用文字语言归纳表述成一条与“线垂”等腰三角形的边或角有关的真命题; 如果不存在, 请说明理由.

