

上海五浦汇实验学校 2025-2026 学年八年级上学期 10 月月考数学试题

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 2 分，满分 12 分)

1. 下列各式中不成立的是 ()

A. $\sqrt{(-15)^2} = 15$ B. $\sqrt{(-15)^2} = -15$ C. $-\sqrt{(1-15)^2} = -14$ D. $\pm\sqrt{(-15)^2} = \pm 15$

2. 若关于 x 的方程 $(m-2)x^{|m|} - 2x - 3 = 0$ 是一元二次方程，则 ()

A. $m = 2$ B. $m = -2$ C. $m = \pm 2$ D. $m \neq \pm 2$

3. 下列各式中是最简二次根式的是 ()

A. $\sqrt{3a^3}$ B. $\sqrt{1.5a}$ C. $\sqrt[3]{5a}$ D. $\sqrt{a^2 - 4}$

4. 下列方程是一元二次方程的是 ()

A. $ax^2 + bx + c = 0$ B. $x^2 + \frac{1}{x} = 4$ C. $\sqrt{3}x^2 = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ D. $x^2 - y = 1$

5. 已知 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 三条边的长，那么方程 $cx^2 + (a+b)x + \frac{c}{4} = 0$ 的根的情况是()。

A. 没有实数根 B. 有两个不相等的正实数根 C. 有两个不相等的负实数根
D. 有两个异号实数根

6. 比大小： $\sqrt{11} - \sqrt{9}$ _____ $\sqrt{12} - \sqrt{8}$, $\sqrt{11} - \sqrt{9}$ _____ $\sqrt{15} - \sqrt{13}$ ，正确的是 ()

A. $>; >$ B. $>; <$ C. $<; >$ D. $<; <$

二、填空题：(本大题共 16 题，每空 2 分，满分 34 分)

7. $\sqrt{256}$ 的平方根是_____。

8. 不等式 $(4 - 3\sqrt{2})x + 6 \geq 0$ 的解集是_____；

9. 无限小数化为分数： $2.\dot{1}\dot{3}\dot{6} =$ _____；

10. 写一个关于 x 的一元二次方程使其满足：二次项系数为 2，两根之和是 3，两根之积是 $-\frac{1}{2}$ ，这样的方程是：_____；

11. 在实数范围内分解因式： $2x^2 + 4xy - 3y^2 =$ _____

12. 设 $3 - \sqrt{2}$ 的整数部分为 x ，小数部分为 y ，则 $x + y + \frac{2}{y}$ 的值是_____。

13. 若两个最简二次根式 $\sqrt{a^2 - 3}$ 和 $2\sqrt{-a - 1}$ 是同类二次根式，那么 $a =$ _____；

14. 若关于 x 的方程 $(k-1)x^2 - \sqrt{3k-1}x + 1 = 0$ 有两个实数根, 则 k 的取值范围_____.
15. 某病毒的直径约 $80 \sim 120\text{nm}$, 1nm 为十亿分之一米. 将 120nm 用科学记数法表示为_____米;
16. 若代数式 $\frac{\sqrt{2-x} + x^0}{|x-1|}$ 在实数范围内有意义, 那么 x 的取值范围是_____;
17. 如果关于 x 的方程 $x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 2 = 0$ 的两根之和与两根之积互为相反数, 那么 $m =$ _____.
18. 化各式为最简二次根式: ① $\sqrt{\frac{8a^4}{27x^3y}} (x < 0) =$ _____; ② $(a-1)\sqrt{\frac{-1}{a-1}} =$ _____;
19. 若二次三项式 $kx^2 + (6k+1)x + 9k+1$ 在实数范围内可以因式分解, 则常数 k 的取值范围是_____.
20. 已知 $x = \frac{3}{2\sqrt{3}-3}$, 则 $x^3 - 6x^2 + 10x - 3$ 的值为_____;
21. 若 $a + 6\sqrt{3} = (m + n\sqrt{3})^2$, 且 a, m, n 均为正整数, 则 a 的值是_____.
22. 已知关于 x 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 中, ①若 $2a + 3c = 0$, 那么方程有两个不相等的实数根;
- ②若 $b = -2a - \frac{1}{2}c$, 则 $b^2 - 4ac \geq 0$; ③若方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 两根为 $x_1 = -1$ 和 $x_2 = 2$, 则 $2ab + \frac{c^2}{2} = 0$;
- ④若 $b < 0, a + b > 0, a - c < 0$, 那么方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 一定无解. 其中正确的是_____.

三、计算题: (本大题共 6 题, 每题 5 分, 满分 30 分)

23. 计算: $(\sqrt{3}-1)^2 + \frac{\sqrt{27}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - |\sqrt{3}-2| - (\pi-3.14)^0$.

24. 化简: $-6\sqrt{\frac{2m^2-2n^2}{a^3}} \div \frac{2}{3}\sqrt{\frac{m-n}{a^2}} \cdot \sqrt{\frac{a^3}{m+n}} \cdot \sqrt{-a}$.

25. $4(3x-1)^2 - 9(3x+1)^2 = 0$ (用因式分解法)

26. $3x - 2x^2 = -1$ (用配方法)

27. 解方程: $2(x-1)^2 = 3-3x$.

28. 解方程: $2x^2 + (3m-n)x - 2m^2 + 3mn - n^2 = 0$

三、解答题: (本大题共 3 题, 6+6=12, 满分 24 分)

29. 若 $\sqrt{a(x-a)} + \sqrt{x-a} = \sqrt{a-y} - \sqrt{a(y-a)}$, 其中 a, x, y 为两两不等的实数, 求 $\frac{3x^2 + xy - y^2}{x^2 - xy + y^2}$ 的值.

30. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$.

(1) 求证: 方程有两个不相等的实数根.

(2) 若 ABC 为等腰三角形, $AB = 3\text{cm}$, 另外两条边是方程的根, 求 ABC 的周长.

31. 我们定义: 两根都为整数的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0, a, b, c$ 均为整数) 称为“幸运方程”,

两整数根称为“幸运根”, 代数式 $\frac{4ac - b^2}{2a}$ 的值为该“幸运方程”的“幸运数”. 用 $F(a, b, c)$ 表示, 即

$F(a, b, c) = \frac{4ac - b^2}{2a}$. 若有另一个“幸运方程” $px^2 + qx + r = 0$ ($p \neq 0, p, q, r$ 均为整数) 的“幸运数”

为 $F(p, q, r)$, 若 $r \cdot F(a, b, c) = c \cdot F(p, q, r)$, 则称 $F(a, b, c)$ 与 $F(p, q, r)$ 互为“开心数”.

(1) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (m+1)x + m = 0$ 是一个“幸运方程”.

①当 $m = 2$ 时, 该幸运方程的“幸运数”是_____;

②若该“幸运方程”的“幸运数”是 -2 , 则 m 的值为_____;

(2) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (2m-3)x + m^2 - 4m - 5 = 0$ (m 为整数, 且 $4 < m < 15$) 是“幸运方程”, 求 m 的值.

(3) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - mx + m + 1 = 0$ 与 $x^2 + (n-1)x - n = 0$ (m, n 均为整数) 都是“幸运方程”, 且其“幸运数”互为“开心数”, 直接写出 n 的值.