

2024-2025 学年上海市长宁区延安初级中学八年级（上）期末数学试卷

一、选择题（每题 2 分，共 12 分）

1. 在下列二次根式中，与 $\sqrt{a}$ 是同类二次根式的是（ ）
- A. $\sqrt{2a}$ B. $\sqrt{3a^2}$ C. $\sqrt{a^3}$ D. $\sqrt{a^4}$
2. 用配方法解方程 $x^2 - x - 1 = 0$ 时，配方结果正确的是（ ）
- A. $(x-1)^2 = 2$ B. $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$ C. $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 = 1$ D. $\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$
3. 一元二次方程 $kx^2 - 6x + 3 = 0$ 有两个不相等的实数根，则 k 的取值范围是（ ）
- A. $k < 3$ B. $k < 3$ 且 $k \neq 0$ C. $k \leq 3$ D. $k \leq 3$ 且 $k \neq 0$
4. 下列关于反比例函数 $y = -\frac{3}{x}$ 的说法中，错误的是（ ）
- A. 点 $(3, -1)$ 在函数图象上
- B. 函数图象位于第二、四象限
- C. 当 $x > 3$ 时， $-1 < y < 0$
- D. 函数值 y 随 x 的增大而增大
5. 下列命题中，逆命题是真命题的是（ ）
- A. 如果两个直角三角形全等，那么它们的斜边相等
- B. 如果两个实数的商为 -1 ，那么这两个实数互为相反数
- C. 如果 $a = b$ ，那么 $\sqrt{a^2} = \sqrt{b^2}$
- D. 如果一个三角形是等腰三角形，那么这个三角形两腰上的高相等
6. 行驶中的汽车，在刹车后由于惯性的作用，还要继续向前滑行一段距离才能停止，这段距离称为“刹车距离”。为了测定某种型号汽车的刹车性能（车速不超过 120km/h ），对这种型号的汽车进行了测试，测得的数据如表：

刹车时的速度（km/h）	0	10	20	30	40	50	...
刹车距离（m）	0	2.5	5	7.5	10	12.5	...

- 下列说法中，错误的是（ ）
- A. 自变量是刹车时的速度
- B. 刹车时的速度每小时增加 10km ，刹车距离就增加 2.5m

- C. 当刹车距离为15m时, 刹车时的速度为70km/h
- D. 当刹车时的速度为80km/h时, 与其前方距离25m的车辆不会追尾

二、填空题 (每题3分, 共36分)

7. 当实数 x _____ 时, $\sqrt{-\frac{2}{x+1}}$ 有意义.

8. 一元二次方程 $2x^2 + x = 0$ 的根是_____.

9. 已知函数 $f(x) = \frac{x+2}{x+1}$, 那么 $f\left(-\frac{1}{2}\right) =$ _____.

10. 化简: $\sqrt{\frac{m+n}{m-n}}$ ($m > n > 0$) = _____.

11. 在实数范围内因式分解 $2x^2 + 4x - 3 =$ _____.

12. 到点 P 的距离等于 3cm 的点的轨迹是_____.

13. 已知直角坐标平面上点 $P(-1, 3)$ 和点 $Q(2, 1)$, 则 PQ 的长为_____.

14. 已知正比例函数 $y = -2x$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象的一个交点坐标为 $(-1, 2)$, 则另一个交点的坐标为_____.

15. 在直角三角形中, 两条直角边的长分别是 12 和 5, 则斜边上的高为_____.

16. 小明同学提出: 用一把直尺就可以画出一个角的平分线. 具体操作如下: 首先把直尺的一边与 $\angle AOB$ 的一边 OB 贴合, 沿着直尺的另一边画直线 l (如图 1); 随后移动该直尺, 把直尺的一边与 $\angle AOB$ 的一边 OA 贴合, 沿着直尺的另一边画直线 m (如图 2), 直线 l 与直线 m 交于点 P , 则射线 OP 就是 $\angle AOB$ 的平分线. 请指出这种画法的依据是 (请写本学期所学的数学知识): _____.

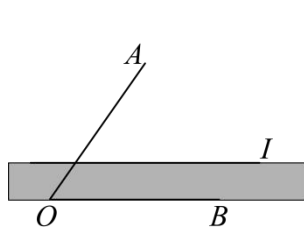


图1

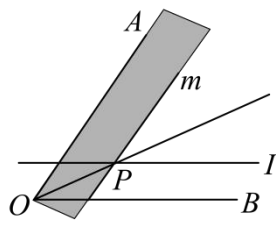
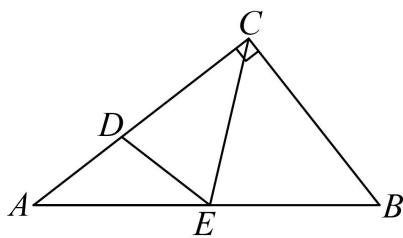


图2

17. 已知, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 45^\circ$, $AB = 4$, $AB = AC$, 点 P 在边 AB 上, 且 $AP = CP$, 则 BP 的长为_____.

18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 5$, $AC = 4$, 点 D 、 E 分别在 AC 、 AB 上, $AD = DE$, 连接 CE , 如果在 $\triangle DCE$ 与 $\triangle BCE$ 中, 一个为等腰三角形, 另一个为直角三角形, 那么 AD 的长为



三、解答题 (共 52 分)

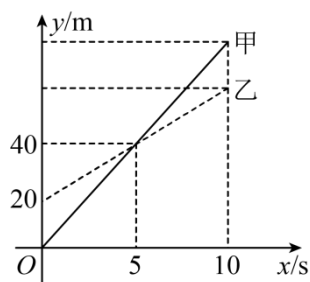
19. $\sqrt{32} - \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + 3\sqrt{\frac{1}{3}}$.

20. 解方程.

(1) $2(x+1)^2 = 3$

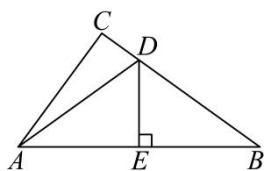
(2) $x(x-2) = -4(x-2)$

21. 甲无人机从地面起飞，乙无人机从距离地面一定高度的楼顶起飞，两架无人机同时匀速上升 10 秒. 甲、乙两架无人机所在的位置距离地面的高度 y (米) 与无人机上升的时间 x (秒) 之间的关系如图所示.



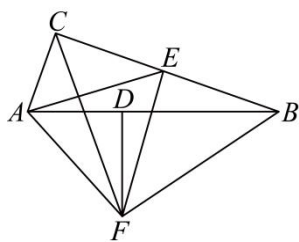
- (1) 楼顶距离地面的高度是 _____ 米;
- (2) 乙无人机上升的速度是每分钟 _____ 米;
- (3) 无人机上升 _____ 秒后，两架无人机的高度差为 10 米.

22. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， AB 的垂直平分线 DE 分别交 BC 、 AB 于点 D 、 E ，连结 AD .



- (1) 如果 $AC=6$, $BD=\frac{25}{4}$, $CD=\frac{7}{4}$, 求证: $\angle C=90^\circ$;
- (2) 如果 $\angle C=90^\circ$, AD 平分 $\angle CAB$, $AB=4$, 求 AC 的长.

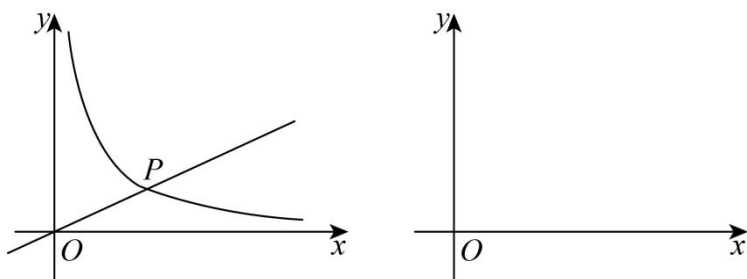
23. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 BC 上, $AC = AD$, $DF \perp AB$, $AE = AF$, 且 $EF \perp BC$.



(1) 求证: $CE = DF$;

(2) 连接 CF , 如果 $\angle ACF = \angle ABF$. 求证: 点 F 在 BC 的垂直平分线上.

24. 定义: 我们把形如 $y = \frac{x}{k} (k \neq 0)$ 与 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的两个函数, 叫作互为倒数函数, 其中, k 称为这两个函数的特征数. 比如: $y = \frac{x}{2}$ 与 $y = \frac{2}{x}$ 互为倒数函数, 2 为这两个函数的特征数. 如图, 互为倒数函数的两个函数的图象在第一象限内交于点 P , 点 P 的坐标为 (m, n) ,



备用图

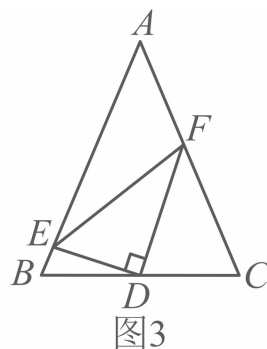
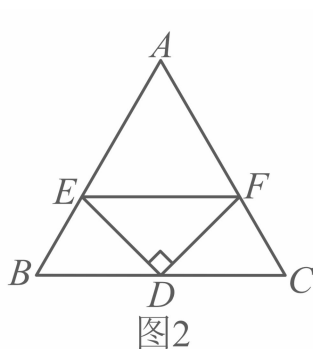
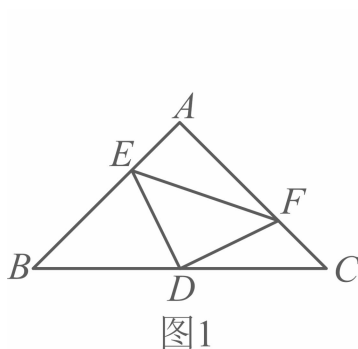
(1) 如果 $m + n = 5$,

①求这两个函数的特征数;

②如果点 Q 是线段 OP 上一点 (不与点 O 、 P 重合), 过点 Q 作 $QA \perp x$ 轴, 交反比例函数图象于点 A , 连接 AO , 若 $\triangle AOQ$ 的面积为 1, 求点 Q 的坐标;

(2) 如果点 O 绕点 P 顺时针旋转 90° 后, 恰好落在该反比例函数图象上, 请直接写出 m 的值: _____ (无需写出过程).

25. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是边 BC 的中点, 点 E 、 F 分别在边 AB 、 AC 上, 且 $DE \perp DF$, 连结 EF .



(1) 如图 1, $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $\angle A = 90^\circ$, $AB = AC$, 求证: $\angle DEF = 45^\circ$;

(2) 如图 2, $\angle DEF = 45^\circ$, $\triangle ABC$ 是等边三角形, $DE = DF$, 求证: $AE = AF$;

(3) 如图 3, $\angle A = 45^\circ$, $BE = 1$, $EF = 5$, 请直接写出 CF 的长度: _____ (无需写出过程).