

上海市黄浦区 2024-2025 学年八年级上学期期末数学试卷

(满分 100 分, 时间 90 分钟)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 2 分, 满分 12 分)

1. 下列二次根式中, 是最简二次根式的是 ()

A. $\sqrt{18}$

B. $\sqrt{63a}$

C. $\sqrt{a^2 - 2a + 4}$

D. $\sqrt{\frac{a}{3}}$

2. 下列函数中, 是正比例函数的是 ()

A. $y = 2(x-1)$

B. $y = \frac{1}{2x}$

C. $S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

D. $y = \frac{x}{2}$

3. 下列关于 x 的方程中, 有两个实数根的是 ()

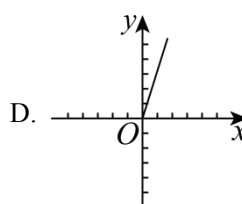
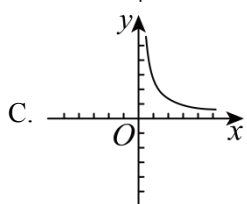
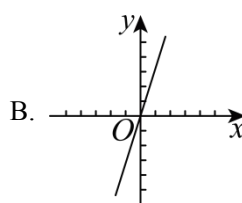
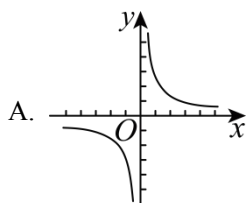
A. $x^2 = 1$

B. $x^2 - x + 2 = 0$

C. $2x^2 + 1 = 0$

D. $(x+1)^2 = m$ (m 为常数)

4. 已知一个梯形面积为 6, 下底长是上底长的 3 倍, 设上底长 x , 高为 y , 那么 y 关于 x 的函数图象是 ()



5. 下列命题中, 是假命题的是 ()

A. 百米赛跑中, 运动员的平均速度 v 与跑步成绩 t 成反比例

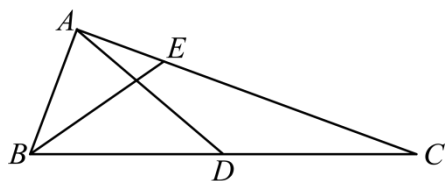
B. 反比例函数 $y = \frac{2}{x}$, 当自变量 x 逐渐增大时, y 的值随着逐渐减小

C. 三角形三边垂直平分线的交点到这个三角形三个顶点的距离相等

D. 直角三角形可以分割成两个等腰三角形

6. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = 5, AC = 12, BC = 13, AD$ 是 BC 边上的中线, BE 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 下列

结论错误的是 ()



A. $AD \perp BE$

B. 点 E 到 BC 的距离等于线段 AE 的长度

C. 点 D 在线段 AC 的垂直平分线上

D. $13S_{\triangle ABE} = 5S_{\triangle BEC}$

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 3 分, 满分 36 分)

7. 函数 $y = \sqrt{4-x}$ 中自变量的取值范围是_____.

8. 计算: $\sqrt{\frac{3}{20}} \div \sqrt{\frac{1}{5}} =$ _____.

9. 反比例函数 $y = \frac{2-m}{x}$ 的图象在第一、三象限, 那么 $\sqrt{(m-2)^2} =$ _____.

10. 方程 $(x+1)^2 = 4$ 的根为_____.

11. 在实数范围内分解因式: $2x^2 + x - 2 =$ _____.

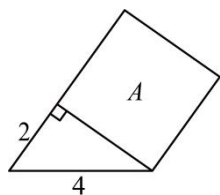
12. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (m-1)x = \frac{1}{2}m$ 根的情况是_____.

13. 函数 $y = (\pi-3)x$ 的图像经过第_____象限 (请全部写出).

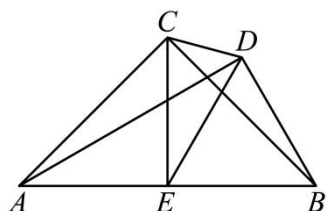
14. 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的图像上有两点 $A(3, y_1), B(1, y_2)$, 那么 $y_1 - y_2$ _____ 0. (用 “>”, “=” 或 “<” 填空)

15. 勾股定理的逆命题是 (写成 “如果…那么” 的形式) _____.

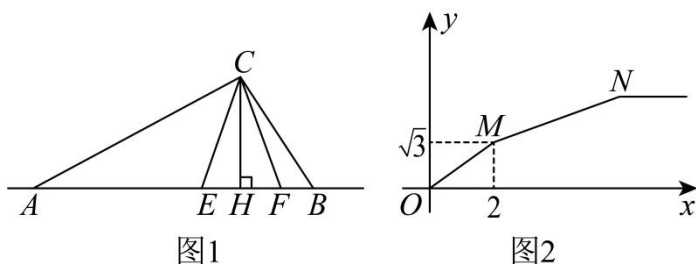
16. 如图所示的三角形为直角三角形, 那么字母 A 所表示的正方形面积等于_____.



17. 将两块斜边长等于 2 的三角尺 ($\text{Rt}\triangle ABC$ 与 $\text{Rt}\triangle ABD$) 的斜边完全叠合按图所示摆放, E 为 AB 中点, 连接 EC 和 ED , 那么 $\triangle ECD$ 的面积等于_____.



18. 如图 1, 已知直角三角形 ABC 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, E, F 为直线 AB 上的两点, 且 $CE = CF$. 设 E, F 两点的距离为 x , $\triangle CEF$ 与 $\text{Rt}\triangle ABC$ 重叠部分的面积为 y , 图 2 是 y 关于 x 的函数的图象. 根据两图信息, 图 2 中 MN 段函数的解析式是_____.

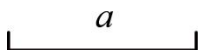


三、简答题 (本大题共 4 题, 第 19~21 题每题 6 分; 第 22 题 8 分, 共 26 分)

19. 计算: $\sqrt{48} - 2\sqrt{0.75} - 6\sqrt{\frac{1}{3}} - \frac{1}{2-\sqrt{3}}$.

20. 解方程: $2(x-3)^2 + x = 3$.

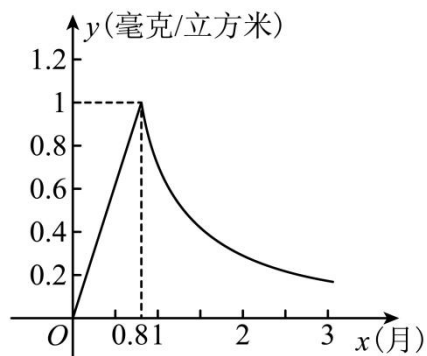
21. 如图, 已知线段 a ,



(1) 求作等腰三角形 ABC , 使其底边 BC 长为 a , 底边上的高长为 $2a$; (尺规作图, 不写作法, 保留作图痕迹), 并写出结论.

(2) 如果 $a = 2$, 求等腰三角形 ABC 的腰长.

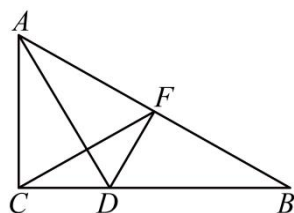
22. 小明家在进行房屋装修时, 使用了某品牌的装修材料, 此材料会散发甲醛. 经过测试, 在自然扩散的情况下, 从施工开始到结束, 室内平均每立方米的甲醛含量 y (毫克/立方米) 与时间 x (月) 成正比例. 施工结束后, y 与 x 成反比例. 这两个变量之间的关系如图所示, 请根据图中信息, 回答下列问题:



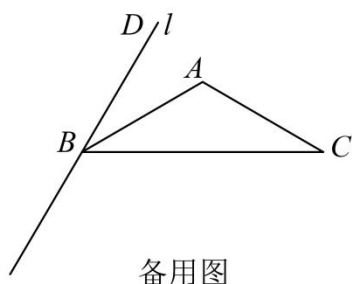
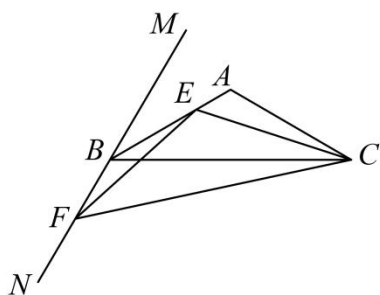
- (1) 施工过程中 y 关于 x 的函数解析式是_____；
- (2) 已知国际上适宜居住的甲醛含量标准为小于或等于 0.08 毫克 / 立方米，按照这个标准，请问小明一家从施工开始计算，至少经过多久才可以入住？
- (3) 施工开始后的第 2 个月底到第 4 个月底，室内的甲醛含量一直在下降，假设这两个月每个月甲醛含量降低的百分率相同，求这个降低的百分率. ($\sqrt{2} \approx 1.414$ ，结果精确到 1%)

四、解答题 (本大题共 3 题，第 23 ~ 24 题每题 8 分；第 25 题 10 分，共 26 分)

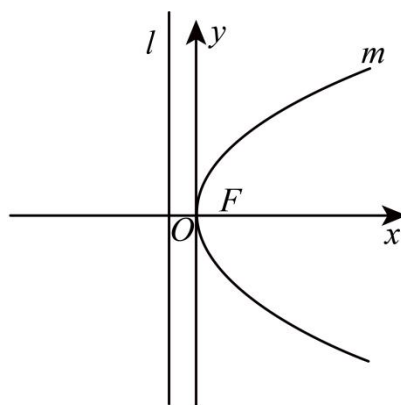
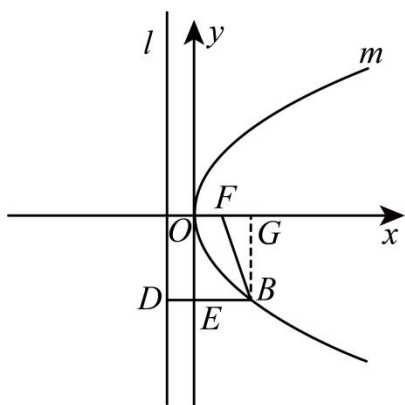
23. 如图，直角三角形 ABC 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， D 为 BC 上一点，作 $DF \perp AB$ ，垂足为 F ，同时 AD 恰好垂直平分 CF .



- (1) 求证: AD 平分 $\angle BAC$ ；
- (2) 如果 F 是 AB 中点， $BC = 3$ ，求 CD 长度.
24. 如图，已知直线 MN 与 BC 交于点 B ， $\angle MBC = 60^\circ$ ， BA 平分 $\angle MBC$ ，三角形 ABC 为等腰三角形，且 $AB = AC = 2$. 点 E 是线段 BA 上的一点 (不与点 B 、 A 重合)，点 F 在射线 BN 上，满足 $EC = EF$ ，连接 CF .



- (1) 求证: $\angle BFE = \angle ECB$ ；
- (2) 设 $BE = x$ ， $\triangle BFE$ 的面积为 y ，求 y 与 x 的函数解析式.
25. 平面内到一个定点和一条定直线 (不经过定点) 的距离相等的点的轨迹，称为抛物线，其中，这个定点叫做抛物线的焦点，定直线叫做抛物线的准线. 如图，直角坐标平面 xOy 中，曲线 m 是一条抛物线，点 F 是这条抛物线的焦点，直线 l 是抛物线 m 的准线. 如果点 B 为抛物线 m 上任意一点，连接 BF ，并作 $BD \perp l$ ，垂足为 D ， BD 交 y 轴于点 E ，那么由抛物线的定义可知 $BF = BD$. 已知抛物线 m 的准线 l 的表达式为 $x = -1$.



备用图

- (1) ①如图可知抛物线 m 经过原点，那么点 F 坐标为_____；
- ②如图，如果 $BD = BF = 3$ ，作 $BG \perp x$ 轴，那么 $BE = OG =$ _____, $GB =$ _____.
- (2) 直线 $y = x$ 与抛物线 m 在第一象限交于点 P ，求 P 点坐标；
- (3) 反比例函数图像与抛物线 m 交于点 A （位于第一象限），过点 A 作 $AH \perp x$ 轴，垂足为 H ，如果 $S_{\triangle AFH} = \frac{1}{2} S_{\triangle AOH}$ ，直接写出这个反比例函数的函数解析式.