

2024-2025 学年上海市浦东新区多校联考八年级（上）期中数学试卷

一、选择题（每小题 3 分，共 18 分）

- $\sqrt{x+2y}$ 的一个有理化因式是（ ）
A. $\sqrt{x-2y}$ B. $\sqrt{x}+\sqrt{2y}$ C. $\sqrt{x}-\sqrt{2y}$ D. $\sqrt{x+2y}$
- 下列二次根式中，最简二次根式是（ ）
A. $\sqrt{\frac{1}{3}}$ B. $\sqrt{2x}$ C. $\sqrt{x^3y}$ D. $\sqrt{x^2-2xy+y^2}$
- 下列二次根式中，与 $\sqrt{3}$ 不是同类二次根式（ ）
A. $\sqrt{12}$ B. $\sqrt{\frac{3}{25}}$ C. $\sqrt{0.3}$ D. $\sqrt{\frac{1}{27}}$
- 下列关于 x 的方程一定是一元二次方程的是（ ）
A. $ax^2+2x=0$ B. $2x^2+\frac{1}{x}+3=0$
C. $x^2+x+2=0$ D. $x^2+\sqrt{x}+2=0$
- 关于 x 的一元二次方程 $x^2+4x+k=0$ 有两个相等实数根，则 k 的值是（ ）
A. -4 B. 4 C. -2 D. 2
- 下列命题中，其逆命题是真命题的是（ ）
A. 对顶角相等 B. 全等三角形对应角相等
C. 两个全等三角形的面积相等 D. 两直线平行，内错角相等

二、填空题（每题 2 分，共 24 分）

- 如果 $\sqrt{\frac{1}{a+1}}$ 有意义，那么 a 的取值范围是_____.
- 化简： $\sqrt{18a^2b^3} (a < 0) =$ _____.
- 分母有理化： $\frac{1}{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}} =$ _____.
- 不等式 $\sqrt{3}x - \sqrt{6} > \sqrt{2}x$ 的解集是_____.
- 如果 $\sqrt{x+5}$ 与 $\sqrt{x^2+6x-1}$ 是同类二次根式，那么 $x =$ _____.

12. 方程 $x^2 = \frac{1}{2}x$ 的根是_____.

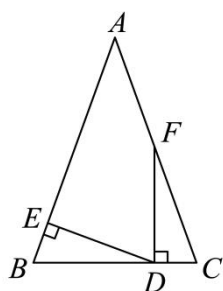
13. 若关于 x 的一元二次方程 $(m-1)x^2 + x + m^2 + 2m - 3 = 0$ 有一根为 0, 则 m 的值是_____.

14. 在实数范围内因式分解: $2x^2 - 2x - 1 =$ _____.

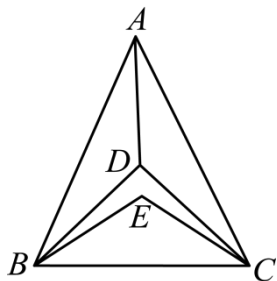
15. 当 $k =$ _____时, 关于 x 的方程 $4x^2 - (k+3)x + k = 1$ 有两个相等的实数根.

16. 为加快上海家电以旧换新速度, 某商场对一台原价 4000 元的电视进行调价, 经过两次降价后, 价格调整为 2560 元, 如果每次降低的百分率相同, 则这个百分率为_____.

17. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = \angle C$, D 是边 BC 上一点, $DE \perp AB$, 垂足为点 E , $DF \perp AC$, 垂足为点 F , DF 交边 AC 于点 F , 当 $\angle A = 40^\circ$, 则 $\angle DFA =$ _____度.



18. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在 $\triangle ABC$ 内部, 且 $AD = DB = DC$, 点 E 是 $\angle ABC$ 、 $\angle ACB$ 角平分线的交点, 若 $\angle BAC = \alpha$, 则 $\angle BDC + \angle BEC =$ _____.(用含 α 的式子表示)



三、解答题 (19 题 12 分; 20 题 12 分; 21 题至 24 题每题 6 分; 25 题 10 分; 共 58 分)

19. 计算:

$$(1) \sqrt{27} - \sqrt{\frac{3}{8}} + \sqrt{18} \div \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}};$$

$$(2) x\sqrt{\frac{y}{x}} - \sqrt{y} \div \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{x - y}.$$

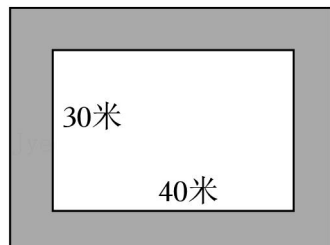
20. 解方程:

$$(1) 3x(x-1) = 2(1-x);$$

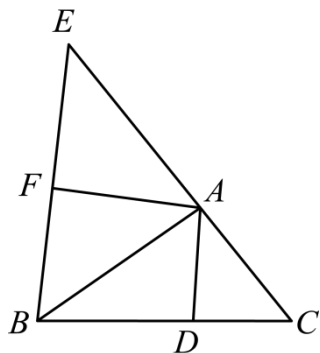
$$(2) x^2 + 4x - 2 = 0.$$

21. 已知 $a = \frac{1}{\sqrt{5}-2}$, $b = \frac{1}{\sqrt{5}+2}$, 求 $\frac{a^2b - ab^2}{a^2 - b^2}$ 的值.

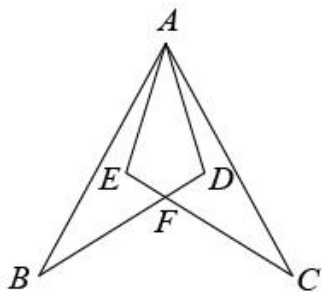
22. 在长为 40 米, 宽为 30 米的矩形景观水池的外围四周铺设一个宽均等的绿化带, 且绿化带和景观水池的面积之比为 2:3, 求绿化带的宽.



23. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, AD 平分 $\angle BAC$, $BE \parallel AD$, 交 CA 延长线交于点 E , F 是 BE 的中点, 求证: $AF \perp BE$.



24. 已知如图, $AB = AC$, $AD = AE$, $\angle BAE = \angle CAD$, BD 与 CE 相较于点 F , 求证: $FB = FC$



25. (1) 课外兴趣小组活动时, 老师提出了如下问题: 如图 1, $\triangle ABC$ 中, $AB = 14$, $AC = 8$, 求 BC 边上的中线 AD 的取值范围.

小明在组内经过合作交流, 得到了如下的解决方法 (如图 1).

① 延长 AD 到 E , 使得 $DE = AD$;

② 再联结 BE , 可得 $\triangle DBE \cong$ _____, 从而把 AB 、 AC 、 $2AD$ 转化在 $\triangle ABE$ 中;

③ 利用全等三角形性质和三角形三边关系可得 _____ $< AE <$ _____, 则 AD 的取值范围是: _____ (在横线上填空).

感悟: 解题时, 条件中若出现“中点”“中线”等条件, 可以考虑倍长中线, 构造全等三角形, 把分散的

已知条件和所求证的结论转化到同一个三角形中.

(2) 思考: 已知, 如图 2, AD 是 ABC 的中线, $AB = AF$, $AC = AE$, $\angle BAF = \angle CAE = 90^\circ$ (点 F 和点 E 在 BC 同侧), 试探究线段 AD 与 EF 的数量和位置关系并加以证明.

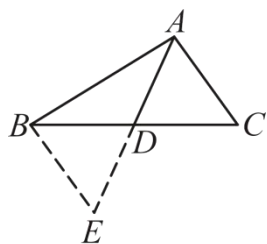


图1

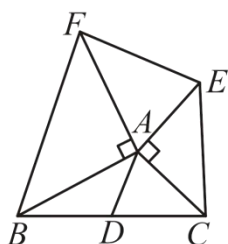


图2