

实验西校 2024 学年第一学期八年级数学学科

期末阶段教学评估

一、选择题 (本题共 6 题, 每题 3 分, 满分 18 分)

1. 在下列二次根式中, 属于最简二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{1.3x}$ B. $\sqrt{a^2 + a^8}$ C. $\sqrt{a^2 + b^2}$ D. $\sqrt{18}$

2. 下列关于 x 的方程中有实数根的是 ()

- A. $x^2 + 1 = 0$ B. $\frac{1}{x-1} = \frac{x}{x-1}$ C. $\sqrt{x+1} + 1 = 0$ D. $x^2 - mx - 1 = 0$

3. 用下列几组边长构成的三角形中哪一组不是直角三角形 ()

- A. 8, 15, 17 B. $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ C. $\sqrt{3}$, 2, $\sqrt{5}$ D. 1, 2, $\sqrt{5}$

4. 下列函数中, 能同时满足以下三个特征的是 ()

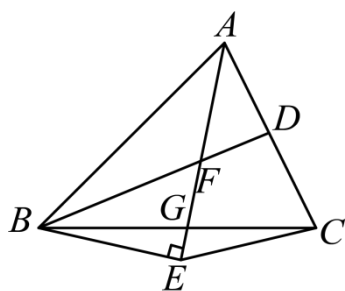
①函数图象经过点 $(1, -1)$; ②图象经过第二象限; ③当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大.

- A. $y = -x$ B. $y = x - 2$ C. $y = -1$ D. $y = -\frac{1}{x}$

5. 某种时装, 平均每天销售 20 件, 每件可盈利 40 元, 若每件降价 1 元, 则每天可以多售出 5 件, 如果每天要盈利 1600 元, 若设每件可降价 x 元, 根据题意列出的方程是 ()

- A. $(40 - x)(20 - 5x) = 1600$ B. $(40 - x)(20 + 5x) = 1600$
C. $(40 + x)(20 + 5x) = 1600$ D. $(40 - 5x)(20 + 5x) = 1600$

6. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 60^\circ$, AG 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 G , BD 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 D , AG 、 BD 相交于点 F , $BE \perp AG$ 交 AG 的延长线于点 E , 连接 CE , 下列结论中正确的有 ()



①若 $\angle BAD = 70^\circ$, 则 $\angle EBC = 5^\circ$; ② $BF = 2EF$; ③ $AB = BG + AD$; ④ $\frac{S_{\triangle BFG}}{S_{\triangle AFD}} = \frac{BF}{AF}$

- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 2 分, 满分 24 分)

7. 化简: $\frac{1}{\sqrt{3}-2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 方程 $x^2 = 3x$ 的根是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

9. 函数 $y = \frac{x-1}{\sqrt{x-4}}$ 的定义域是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

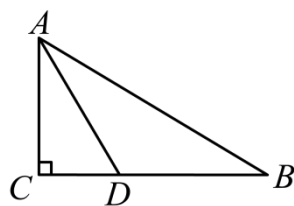
10. 分式方程 $\frac{x^2}{x-1} = \frac{1}{x-1}$ 的解是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. 已知关于 x 的方程 $x^2 - 4x + 3k = 0$ 没有实数根, 则实数 k 的取值范围为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

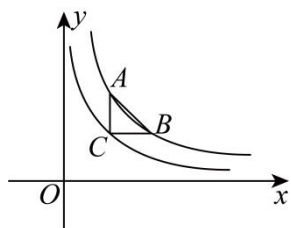
12. 写出命题“两个全等三角形的面积相等”的逆命题 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 如果正比例函数 $y = (3k+1)x$ 的图像经过第二、四象限, 那么 k 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

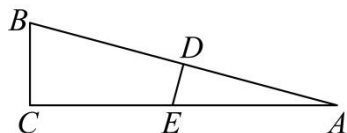
14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, AD 平分 $\angle CAB$, $BC = 8\text{cm}$, $BD = 5\text{cm}$, 则点 D 到直线 AB 的距离是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



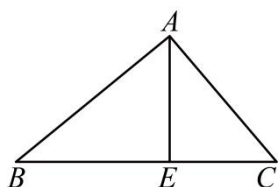
15. 如图, 点 A, B 在双曲线 $y = \frac{3}{x} (x > 0)$ 上, 点 C 在双曲线 $y = \frac{1}{x} (x > 0)$ 上, 若 $AC \parallel y$ 轴, $BC \parallel x$ 轴, 且 $AC = BC$, 则 AB 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



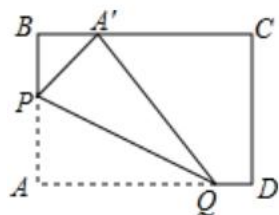
16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 15^\circ$, D 是边 AB 的中点, $DE \perp AB$ 交 AC 于点 E . 那么 $CE : EA = \underline{\hspace{2cm}}$.



17. 定义: 三角形一边上的点将该边分为两条线段, 且这两条线段的积等于这个点到这边所对顶点连线的平方, 则称这个点为三角形该边的“好点”. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AE \perp BC$ 于点 E , $AE = 3$, $BC = 7$, $\angle C = 45^\circ$, 点 D 是 BC 边上的“好点”, 则线段 BD 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



18. 在矩形纸片 ABCD 中, $AB=5$, $AD=13$, 如图所示, 折叠纸片, 使点 A 落在 BC 边上的 A' 处, 折痕为 PQ, 当点 A' 在 BC 边上移动时, 折痕的端点 P、Q 也随之移动. 若限定 P、Q 分别在 AB、AD 边上移动, 则点 A' 在 BC 边上可移动的最大距离为_____.



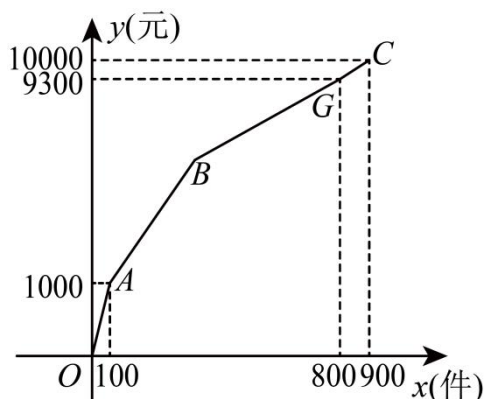
三、解答题 (本大题共 8 题, 满分 58 分)

19. 计算: $\left(3\sqrt{12} - 2\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{48}\right) \div 2\sqrt{3} \times \sqrt{3}$

20. 用配方法解方程: $\frac{1}{2}x^2 - 3x - 5 = 0$.

21. 解方程组: $\begin{cases} x - 2y = 4 \text{ ①} \\ x^2 - xy - 6y^2 = 0 \text{ ②} \end{cases}$.

22. 互联网经济已经成为了我国经济的重要发展方向, 下图是某电商平台上某商品第四季度的销售额 y (元) 和销售量 x (件) 之间的函数图像, 线段 OA 表示某商品以原价销售时的函数图像, 线段 AB 表示由于“双十一”活动阶段商品以某一幅度降价时的函数图像, 线段 BC 表示由于“双十二”活动阶段商品以相同的幅度再次降价时的函数图像,

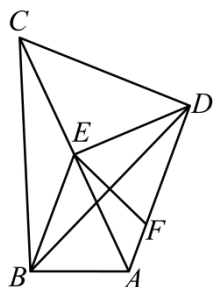


(1) 求线段 OA 所在直线的函数解析式;

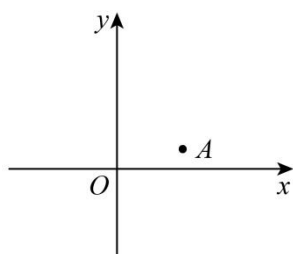
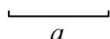
(2) 该商品原价每件为_____元. 第二次降价后该商品每件为_____元.

(3) 该商品每次降价的百分率为_____.

23. 如图, 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, E 为 AC 的中点, 在图中作点 D , 使 $AD \parallel BE$, 且 $\angle ADC = 90^\circ$, 在 AD 上取点 F , 使得 $FD = BE$, 分别联结 EF 、 ED 、 BD , 试判断 EF 与 BD 之间的位置关系, 并证明.



24. 如图, 已知线段 a , 点 A 在平面直角坐标系 xOy 内.



- (1) 用直尺和圆规在第一象限内作出点 P , 使点 P 到两坐标轴的距离相等, 且与点 A 的距离等于 a . (保留作图痕迹, 不写作法)
- (2) 在 (1) 的条件下, 若 $a = 2\sqrt{5}$, A 点的坐标为 $(3, 1)$, 求过 P 点的反比例函数的解析式, 并写出该函数的增减性.
- (3) 在 (2) 的条件下求直线 AP 的解析式, 并直接写出 $\triangle AOP$ 的面积.
25. 把一副三角板按如图 1 摆放 (点 C 与点 E 重合), 点 B , $C(E)$, F 在同一直线上. $\angle ACB = \angle DFE = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, $\angle DEF = 45^\circ$, $BC = 8\text{cm}$, $EF = 12\text{cm}$, 点 P 是线段 AB 的中点. $\triangle DEF$ 从图 1 的位置出发, 以 4cm/s 的速度沿射线 CB 方向匀速运动, 如图 2, DE 与 AC 相交于点 Q , 连接 PQ . 当点 D 运动到 AC 边上时, $\triangle DEF$ 停止运动. 设运动时间为 $t(\text{s})$.

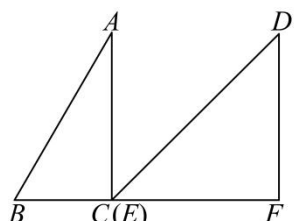


图1

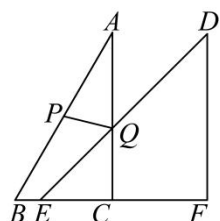


图2

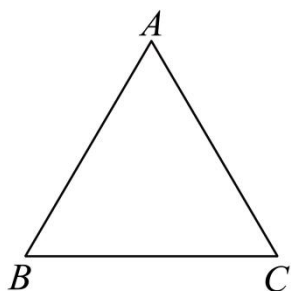
- (1) 当 $t = 1$ 时, 求 AQ 的长;

(2) 当点 A 在线段 PQ 的垂直平分线上时, 求 t 的值;

(3) 在运动过程中是否存在以 AP 为底的等腰三角形 $\triangle APQ$, 如果存在, 请直接写出 t 的值; 如果不存在, 请说明理由.

26. 小明在研究平面几何知识时, 意识到等腰三角形和直角三角形经常同时出现, 比如: 等腰三角形三线合一; 再比如: 直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半. 等等. 在此基础上, 小明同学还做了一些研究, 并邀请你参加.

已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 将 $\triangle ABC$ 绕着点 A 旋转 180° , 点 B 、 C 的对应点分别是点 D 、 E , 连接 CD .



(1) 求证 $\angle BCD = 90^\circ$;

(2) 点 F 在边 DC 上 (且 F 不与点 C 、 D 重合), 连接 AF , 过 A 作 $AG \perp AF$, 交射线 CB 于点 G , 连接 FG , 小明发现线段 FG 、 DF 、 BG 能够组成一个直角三角形, 你认为小明的发现正确吗? 如果正确, 请证明, 如果不正确, 请说明理由;

(3) 在 (2) 的条件下, 已知 $AB = 5$, $BC = 6$, 设 $CF = x$, $BG = y$, 直接写出 y 与 x 的函数解析式, 并写出自变量 x 的取值范围.