

2024-2025 年八年级数学上册第一次月考卷 01 (测试范围: 第 16-17 章)

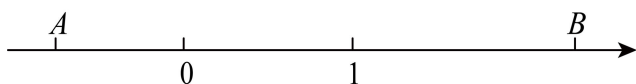
一、单选题

- 下列二次根式中, 属于最简二次根式的是 ()
A. $\sqrt{9a}$ B. $\sqrt{3a^3}$ C. $\sqrt{\frac{a+1}{2}}$ D. $\sqrt{a^2-b^2}$
- 下列方程属于一元二次方程的是 ()
A. $x^2-4=0$ B. $x-y=5$ C. $ax^2+bx+c=0$ D. $x+1=3$
- 若 $\sqrt{\frac{x-1}{x-4}} = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-4}}$ 在实数范围内成立, 则 x 的取值范围是 ()
A. $x \geq 1$ B. $x \geq 4$ C. $1 \leq x \leq 4$ D. $x > 4$
- 在下列各式中, 二次根式 $\sqrt{a-b}$ 的有理化因式是 ()
A. $\sqrt{a+b}$ B. $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ C. $\sqrt{a-b}$ D. $\sqrt{a}-\sqrt{b}$
- 三角形两边的长分别是 7 和 11, 第三边的长是一元二次方程 $x^2-25=2(x-5)^2$ 的一个实数根, 则该三角形的周长是 ()
A. 23 B. 23 或 33 C. 24 D. 24 或 30
- 已知实数 m , n , c 满足 $m^2-m+\frac{1}{4}c=0$, $n=12m^2-12m+c^2+\frac{1}{4}$, 则 n 的取值范围是 ()
A. $n \geq -\frac{7}{4}$ B. $n > -\frac{7}{4}$ C. $n \geq -2$ D. $n > -2$

二、填空题

- 比较下列实数的大小: $3\sqrt{6}$ _____ $2\sqrt{13}$.
- 等式 $\sqrt{2x+1}$ 有意义的条件是_____.
- 计算: $\sqrt{32}-\sqrt{2}$ =_____.
- 已知 $\sqrt{2x-1}=1$, 则 x =_____.
- 在实数范围内分解因式: x^2-4x-2 =_____.
- 不等式 $\sqrt{3x}-1 < \sqrt{2x}$ 的解集是_____.
- 关于 x 的一元二次方程 $2x^2+x+m^2-9=0$ 有一个根为零, 则 m 的值为_____.
- 若关于 x 的一元二次方程 $kx^2-8x+16=0$ 有实数根, 则 k 的取值范围是_____.

15. 如图, 已知数轴上 A , B 两点表示的数分别是 a , b , 化简 $\sqrt{a^2} + (\sqrt{b})^2$ 的结果是_____.



16. 某型号的手机连续两次降价, 每个售价由原来的 1200 元降到 588 元, 若每次降价的百分率相同, 则平均每次降价的百分率为_____.

17. 我国南宋时期数学家秦九韶曾提出利用三角形的三边求面积的公式, 即三角形的三边长为 a 、 b 、 c , 记 $p = \frac{a+b+c}{2}$, 那么其面积 $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$. 如果某个三角形的三边长分别为 5, 6, 7 时, 其面积 S 介于整数 n 和 $n+1$ 之间, 那么 n 的值是_____.

18. 定义, 如果一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 满足 $a + b + c = 0$, 那么我们称这个方程为“龙泉师一”方程. 已知方程 $a_1x^2 + b_1x + c_1 = 0 (a \neq 0)$ 是“龙泉师一”方程, 且有两个相等的实数根, 则下列结论:

① $a_1 = b_1$ ② $a_1 = c_1$ ③ $b_1 = c_1$ ④ $a_1 = b_1 = c_1$, 正确的是_____. (填序号)

三、解答题

19. 计算: $4\sqrt{5} + \sqrt{45} - \sqrt{8} + 4\sqrt{2}$.

20. 计算: $3\sqrt{18} \times \frac{\sqrt{3}}{6} \div 2\sqrt{6}$.

21. 计算: $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} + \sqrt{\frac{7}{2}} \div \sqrt{1\frac{5}{9}} - \sqrt{18}$.

22. 计算: $\frac{1}{3-\sqrt{7}} - \frac{3}{\sqrt{7}-2}$

23. (1) 解方程: $(x-1)^2 = 9(2x+5)^2$;

(2) 用配方法解方程: $3x^2 - 6x + 1 = 0$.

24. 解下列方程:

(1) $x^2 - 6x - 18 = 0$

(2) $3x^2 + 8x - 3 = 0$

(3) $7x(5x+2) = 6(5x+2)$

(4) $(x+5)(x+1) = 12$

25. 已知 $x = \frac{1}{3-2\sqrt{2}}$, $y = \frac{1}{3+2\sqrt{2}}$ 求 $x^2 + xy + y^2$ 的值

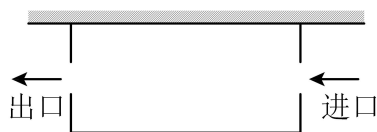
26. 已知关于 x 的一元二次方程 $(k+1)x^2 - \sqrt{2k-1}x + 3-k = 0$ 的根的判别式为 27, 求 k 的值和方程的根.

27. 已知关于 x 的方程 $x^2 - (k+3)x + 2k+2 = 0$.

(1) 求证: 方程总有两个实数根;

(2) 若方程有一个不小于 3 的根, 求实数 k 的取值范围.

28. 第十五届中国上海国际艺术节期间, 瑞士日内瓦大歌剧院芭蕾舞团芭蕾舞剧《吉赛尔》在市内的城市剧院演出, 主办方工作人员准备利用一边靠墙 (墙 26 米) 的空旷场地为提前到场的观众设立面积为 300 平方米的封闭型长方形等候区. 如图, 为了方便观众进出, 在两边空出两个宽各为 1 米的出入口, 共用去栅栏绳 48 米. 请问, 工作人员围成的这个长方形的相邻两边长分别是多少米?



29. 阅读下列解题过程:

$$\frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{4}} = \frac{1 \times (\sqrt{5}-\sqrt{4})}{(\sqrt{5}+\sqrt{4})(\sqrt{5}-\sqrt{4})} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{4}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{4})^2} = \sqrt{5}-\sqrt{4};$$

$$\frac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{5}} = \frac{1 \times (\sqrt{6}-\sqrt{5})}{(\sqrt{6}+\sqrt{5})(\sqrt{6}-\sqrt{5})} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{5})^2} = \sqrt{6}-\sqrt{5}.$$

请回答下列问题:

(1) 观察上面的解题过程, 请直接写出式子: $\frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}} = \underline{\hspace{2cm}} (n \geq 2)$.

(2) 利用上面所提供的解法, 请化简:

$$\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{4}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{10}+\sqrt{9}}.$$

(3) 模仿上面所提供的解法, 试一试化简:

$$\frac{1}{1+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}+3} + \frac{1}{3+\sqrt{13}} + \frac{1}{\sqrt{13}+\sqrt{17}} + \frac{1}{\sqrt{17}+\sqrt{21}} + \frac{1}{\sqrt{21}+5}.$$

30. 请阅读以下材料:

① 若 x_1, x_2 是关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的两个根, 则方程的两个根 x_1, x_2 和系数 a, b, c 有如下关系: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$, 把它们称为一元二次方程根与系数关系定理 (韦达定理).

② 定义: 已知 x_1, x_2 关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的两个实数根, 若 $x_1 < x_2 < 0$, 且 $3 < \frac{x_1}{x_2} < 4$,

则称这个方程为“限根方程”. 如: 一元二次方程 $x^2 + 13x + 30 = 0$ 的两根为 $x_1 = -10, x_2 = -3$, 因为

$-10 < -3 < 0$, $3 < \frac{-10}{-3} < 4$, 所以一元二次方程 $x^2 + 13x + 30 = 0$ 为“限根方程”.

请解决下列问题:

(1) 判断一元二次方程 $x^2 + 9x + 14 = 0$ 是否为“限根方程”, 并说明理由;

(2) 若关于 x 的一元二次方程 $2x^2 + (k+7)x + k^2 + 3 = 0$ 是“限根方程”, 且方程的两根 x_1 、 x_2 满足

$x_1 + x_2 + x_1x_2 = -1$, 求 k 的值;

(3) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (1-m)x - m = 0$ 是“限根方程”, 则 m 的取值范围为_. (此小问直接填空,

不写过程)