

2025-2026 学年八年级数学上学期期中模拟卷

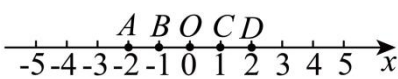
强化卷·考试版

(考试时间: 100 分钟 试卷满分: 150 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: 沪教版 2024 五四制八年级上册第 19 章~20 章。

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 共 24 分. 下列各题四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题卡的相应位置上.)

1. 在数字 $\frac{22}{7}$, 3.33, $\frac{\pi}{2}$, $-2\frac{1}{2}$, 0, $\sqrt[3]{\frac{1}{27}}$, $-\sqrt{0.9}$, 2.121121112... (相邻两个 2 之间 1 的个数逐次多 1) 中, 无理数的个数是 ()
A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个
2. 下列说法正确的是 ()
A. $\sqrt{16}$ 的平方根是 ± 4 B. 负数没有立方根
C. 64 的立方根是 ± 4 D. $(-5)^2$ 的算术平方根是 5
3. 下列运算正确的是 ()
A. $(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})=-1$ B. $(\sqrt{3}+1)^2=4$
C. $\sqrt{3.6}=0.6$ D. $\sqrt{9+16}=3+4$
4. 如图, 数轴上的点 A、B、O、C、D 分别表示数 -2、-1、0、1、2, 那么表示数 $\sqrt{3}-2$ 的点应落在 ()

A. 线段 AB 上 B. 线段 BO 上 C. 线段 OC 上 D. 线段 CD 上
5. 二次根式 $x\sqrt{-\frac{1}{x}}$ 化成最简结果为 ()
A. $\sqrt{x}$ B. $-\sqrt{-x}$ C. $-\sqrt{x}$ D. $\sqrt{-x}$
6. 下列结论中正确的个数是 ()

① $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = 1 - \sqrt{2}$;

② $\sqrt{a^2+b^2}$ 是最简二次根式;

③ $\sqrt{32}$ 和 $\sqrt{27}$ 不是同类二次根式;

④ $\sqrt{x} - \sqrt{y}$ 的有理化因式是 $\sqrt{x} - \sqrt{y}$;

⑤ 不等式 $(2-\sqrt{5})x > 1$ 的解集是 $x > -2 - \sqrt{5}$;

⑥ 将 0.0326 用科学计数法表示, 并保留两个有效数字, 则可表示为 0.03×10^{-2} .

A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 共 48 分.)

7. 比较大小: $-2\sqrt{3}$ _____ $-3\sqrt{2}$.

8. 实数 a 的立方根是 3, 那么 $a =$ _____.

9. 化简 $\sqrt{12} =$ _____.

10. 已知一个正数的两个平方根分别是 $x-1$ 和 $3x+5$, 则 x 的值为 _____.

11. 化简: $\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} =$ _____.

12. 若最简二次根式 $^{2a-4}\sqrt{3a+b}$ 与 $\sqrt{a-b}$ 是同类根式, 则 $2a-b =$ _____.

13. 化简: $\sqrt{12x^2y} (x < 0) =$ _____.

14. 等式 $\sqrt{\frac{3-x}{2-x}} = \frac{\sqrt{3-x}}{\sqrt{2-x}}$ 成立的条件是 _____.

15. $\sqrt{14}$ 的小数部分为 a , 则 $a(6+a) =$ _____.

16. 将 $0.4\dot{1}\dot{3}$ 化成分数: $0.4\dot{1}\dot{3} =$ _____.

17. 阅读材料: 一般地, 我们把被开方数中含有二次根式的二次根式称为复合二次根式, 例如:

$\sqrt{\sqrt{3}}, \sqrt{6-\sqrt{3}}, \sqrt{6+2\sqrt{5}}$ 等都是复合二次根式. 其中有一些特殊的复合二次根式可以进行化简, 例如:

$$\sqrt{6+2\sqrt{5}} = \sqrt{1+2\sqrt{5}+5} = \sqrt{1^2+2 \times 1 \times \sqrt{5}+(\sqrt{5})^2} = \sqrt{(1+\sqrt{5})^2} = 1+\sqrt{5}.$$

请利用上述运算法则化简: $\sqrt{7-\sqrt{21+4\sqrt{5}}} =$ _____.

18. 已知 a, b, c 为互不相同的有理数, 且满足 $(b+\sqrt{2})^2 = (a+\sqrt{2})(c+\sqrt{2})$, 则符合条件的 a, b, c 的组

数共有_____组.

三、解答题：(本大题共 11 题，共 78 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.)

19. 判断下列说法是否正确：

- (1)无理数的平方一定是正数；
- (2)两个无理数的积仍为无理数；
- (3)分数一定可化为有限小数或无限循环小数.

20. 计算：

(1) $\sqrt{0.04} + \sqrt[3]{-8} + \sqrt{\frac{1}{4}} + |\sqrt{3} - 2| + \sqrt{3}$

(2) $\left(2\sqrt{12} - \sqrt{\frac{1}{3}}\right) \times \sqrt{6} - \frac{\sqrt{27} + \sqrt{12}}{\sqrt{3}}$

21. 计算：

(1)计算： $4\sqrt{5} + \sqrt{45} - \sqrt{8} + 4\sqrt{2}$ ；

(2)计算： $\frac{2}{\sqrt{3}+1} - \sqrt{6} \times \sqrt{2} + 1 \div (2 - \sqrt{3})$ ；

(3)计算： $8x^2\sqrt{xy} \times 3\sqrt{\frac{y^2}{x}} \div 12\sqrt{\frac{x}{y}}$ ；

(4)计算： $\left(\frac{m-n}{\sqrt{m}+\sqrt{n}} + \frac{m-2\sqrt{mn}+n}{\sqrt{m}-\sqrt{n}}\right) \div \frac{1}{\sqrt{m}+\sqrt{n}}$ ；

(5)解不等式： $\sqrt{20x} - 4\sqrt{3} > 3\sqrt{5x}$.

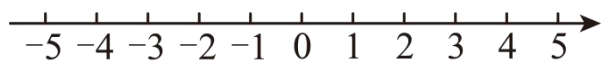
22. 先化简, 后求值: $\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{a-4\sqrt{ab}+4b}{\sqrt{a}-2\sqrt{b}}$, 其中 $a=\frac{1}{2}$, $b=2$.

23. 当 $0 < x < 1$ 时, 化简: $\left(\frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}} + \frac{1-x}{\sqrt{1-x^2}+x-1} \right) \left(\sqrt{\frac{1}{x^2}-1} - \frac{1}{x} \right)$.

24. (1) 一个正方体形状の木箱容积是 4m^3 , 求这个木箱的棱长. (结果精确到 0.1m).

(2) 一个篮球的体积是 9850cm^3 , 求这个篮球的半径. (球体积公式为 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, π 取 3.14 , 结果精确到 0.1cm)

25. 如图, 已知点 A 表示的数为 $-\sqrt{2}$, 点 A 向右运动 2 个单位长度到达点 B , 点 C 表示的数为 $\frac{1}{2}$.



(1) 在数轴上画出点 A ;

(2) 点 B 表示的数为_____, 其绝对值为_____;

(3) 利用数轴比较大小: $-\sqrt{2}$ _____ $\frac{1}{2}$ (填“>”“=”或“<”), 所以点 C 在点 A _____. (填“左侧”或“右侧”)

26. 定义：若 $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = c$ ， c 是有理数，则称 $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 与 $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ 是关于 c 的“美好数”例如：

$(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2 = 1$ ，则称 $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ 与 $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ 是关于 1 的“美好数”。

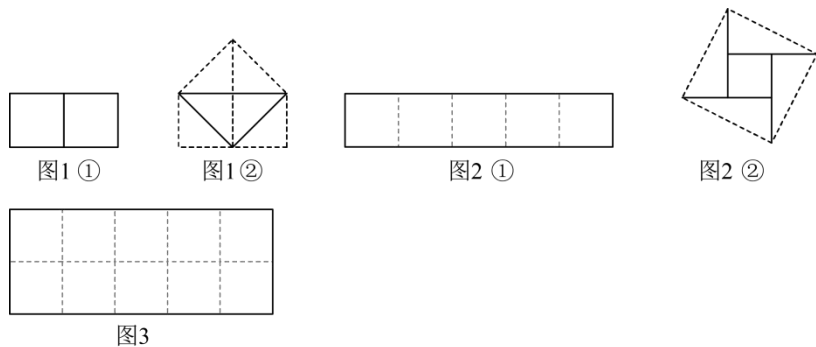
(1) $2 + \sqrt{3}$ 关于 1 的“美好数”是_____；

(2) 化简： $\frac{1}{\sqrt{9} + \sqrt{11}} + \frac{1}{\sqrt{11} + \sqrt{13}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{19} + \sqrt{21}}$ ；

(3) 若 y 是 $\sqrt{10} - 1$ 关于 9 的“美好数”，请直接写出 $4y^2 - 8y + 2025$ 的值。

27. 阅读材料，并完成下列问题：

寻找无理数：小明把两个面积为 1 的小正方形（图 1①）分别沿对角线剪开，将所得的 4 个直角三角形拼成一个面积为 2 的大正方形（图 1②），从而找到无理数 $\sqrt{2}$ 。问题再发现：



(1) 小刚受到小明的启发，把图 2①剪拼成图 2②后，找到无理数 $\sqrt{5}$ ，请你在图 2①中画出裁剪线（用实线）；

(2) 参考小明、小刚的作法，请你将图 3 中长为 5，宽为 2 的长方形裁剪成若干块，拼成一个正方形；

①求该正方形的边长；

②请在图 3 中画出一一种满足条件的裁剪线（用实线）。

28. 【阅读理解】公元前 5 世纪，毕达哥拉斯学派中的一名成员希伯索斯发现了无理数 $\sqrt{2}$ ，导致了第一次数学危机.

定义：可以表示为两个互素整数的商的形式数称为有理数，整数可以看做分母为 1 的有理数；反之为无理数. 如 $\sqrt{2}$ 不能表示为两个互素的整数的商，所以 $\sqrt{2}$ 是无理数. 可以这样证明：

设 $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$ ， a 与 b 是互素的两个整数，且 $b \neq 0$ ，

则 $2 = \frac{a^2}{b^2}$ ，即 $a^2 = \underline{\text{①}}$.

因为 b 是整数且不为 0，

所以 a 是不为 0 的偶数.

设 $a = 2n$ (n 是整数，且 $n \neq 0$)，则 $a^2 = 4n^2$.

所以 $b^2 = \underline{\text{②}}$.

所以 b 也是偶数，与 a, b 是互素的整数矛盾.

所以 $\sqrt{2}$ 是无理数.

【解决问题】

(1) 写出①，②表示的代数式，使证明过程完整；

(2) 证明： $\sqrt[3]{6}$ 是无理数.

29. 材料一：由 $(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3}) = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2 = 2$ 可以看出，两个含有二次根式的代数式相乘，积不含有二次根式，我们称这两个代数式互为有理化因式，在进行二次根式计算时，利用有理化因式，有时可以化去分母中的根号，例如：

$$\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})} = \sqrt{3} - \sqrt{2};$$

材料二：根式化简

$$\frac{1}{3 + \sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \right);$$

$$\frac{1}{5\sqrt{3} + 3\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{15}(\sqrt{5} + \sqrt{3})} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{15}(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{5}} \right).$$

根据以上材料，请完成下列问题：

(1) $\frac{3}{3 - \sqrt{6}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ；（直接写结果）

(2) 计算： $\frac{1}{\sqrt{2} + 1} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100} + \sqrt{99}}$ ；

(3) 计算： $\frac{1}{3 + \sqrt{3}} + \frac{1}{5\sqrt{3} + 3\sqrt{5}} + \frac{1}{7\sqrt{5} + 5\sqrt{7}} + \dots + \frac{1}{49\sqrt{47} + 47\sqrt{49}}$ ；

(4) 计算： $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{3 \times 5}} + \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{1 + \sqrt{5} + \sqrt{7} + \sqrt{5 \times 7}} + \dots + \frac{\sqrt{2025} - \sqrt{2023}}{1 + \sqrt{2023} + \sqrt{2025} + \sqrt{2023 \times 2025}}$ ；