

2025-2026 学年八年级上学期期中模拟卷 01

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: 沪教版新教材八年级上册第 19~20 章 (实数+二次根式)。

第一部分 (选择题 共 18 分)

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分。在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求的)

1. 在实数 3.14 、 0 、 $\sqrt{8}$ 、 $\frac{\pi}{2}$ 、 $\frac{22}{7}$ 、 $\sqrt{\frac{4}{9}}$ 中, 无理数有 ()
A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个
2. 下列说法正确的是 ()
A. 1 的平方根与立方根相同 B. 实数与数轴上的点一一对应
C. 两个无理数的和还是无理数 D. 对于实数 a , 若 $\sqrt{a^2} = a$, 则 $a > 0$
3. 下列二次根式中, 是最简二次根式的是 ()
A. $\sqrt{\frac{1}{2}a}$ B. $\sqrt{a^3}$ C. $\sqrt{35a}$ D. $\sqrt{a^2 + 2a + 1}$
4. 若 $\sqrt{x^3 + 4x^2} = -x\sqrt{x + 4}$, 则 x 的取值范围是 ()
A. $x \leq 0$ B. $x \geq -4$ C. $-4 \leq x \leq 0$ D. $-4 \leq x < 0$
5. 下列各组二次根式中, 属于同类二次根式的是 ()
A. $\sqrt{\frac{2}{3}}$ 和 $\sqrt{\frac{3}{2}}$ B. $\sqrt{\frac{1}{2}}$ 和 $\sqrt{0.2}$
C. $\sqrt{4ab}$ 和 $\sqrt{2ab}$ D. $\sqrt{a}$ 和 $\sqrt{a^2}$
6. 若 $a + |a| = 0$, 则 $\sqrt{(a+1)^2} + \sqrt{(a-1)^2}$ 的值是 ()
A. 2 B. $-2a$ C. 2 或 $-2a$ D. $2a$

第二部分 (非选择题 共 82 分)

二、填空题 (本大题共 12 小题, 每小题 2 分, 满分 24 分)

7. $\sqrt{64}$ 的值是_____.

8. 已知 $a < 0$, 那么 $\sqrt{9a^2}$ 可化简为_____.

9. 比较大小: $-\sqrt{15}$ _____ -4. (填“>”、“=”或“<”)

10. 已知数轴上两点 A、B, 对应的实数分别是 $\sqrt{2}$ 和 $-3\sqrt{2}$, 则线段 AB 的长为_____.

11. 用科学记数法表示: $0.001026 =$ _____.

12. **新考向** 若 $6.24 \approx 2.498^2$, $62.4 \approx 7.899^2$, 则 $\sqrt{0.624} \approx$ _____, $\sqrt{62400} \approx$ _____.

13. 近似数 1.010×10^6 精确到_____位.

14. 若 $\sqrt{x+y-2} + (y+z-1)^2 + |x+z-3| = 0$, 则 $x =$ _____, $y =$ _____, $z =$ _____.

15. **新考向** 已知 $\sqrt[3]{1.12} \approx 1.038$, $\sqrt[3]{11.2} \approx 2.237$, $\sqrt[3]{112} \approx 4.820$, $\sqrt[3]{a} \approx -0.4820$, 则 $a =$ _____.

16. 不等式 $x < \sqrt{2}x + \sqrt{2}$ 的解集为_____.

17. 若 $\sqrt{11}$ 的整数部分为 a , $5 - \sqrt{6}$ 小数部分为 b , 则 $a - b$ 的值为_____.

18. **新考向** 定义一种运算, 对于任意角 α 和 β , $\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta}$, 已知 $\tan 45^\circ = 1$, $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$, 那么 $\tan 105^\circ \cdot \tan 15^\circ$ 的值是_____.

三、解答题 (本大题共 8 小题, 58 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

19. (4 分) 计算: $\sqrt{75} - \frac{2}{3}\sqrt{27} - (\sqrt{3} - 1)^0 + \frac{3}{\sqrt{3} + 1}$.

20. (4 分) 计算: $\left(\sqrt{24} - \sqrt{\frac{2}{3}}\right) \times \sqrt{3} - (3 - 2\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2})$.

21. (4 分) 已知一个数的两个不同的平方根是 $3a + 1$ 和 $a + 11$, 求这个数的立方根.

22. (6分) 先化简, 后求值: $\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{a-4\sqrt{ab}+4b}{\sqrt{a}-2\sqrt{b}}$, 其中 $a=\frac{1}{2}$, $b=2$.

23. (6分) 观察下列等式, 并回答问题:

第 1 个 $|1-\sqrt{2}|=\sqrt{2}-1$;

第 2 个 $|\sqrt{2}-\sqrt{3}|=\sqrt{3}-\sqrt{2}$;

第 3 个 $|\sqrt{3}-\sqrt{4}|=\sqrt{4}-\sqrt{3}$;

第 4 个 $|\sqrt{4}-\sqrt{5}|=\sqrt{5}-\sqrt{4}$;

.....

(1)化简: $|\sqrt{35}-6|$ = ____; 这是第 ____ 个等式.

(2)第 n 个等式是 _____. (用含 n 的式子表示)

(3)比较 $\frac{\sqrt{24}-1}{4}$ 与 1 的大小.

24. (11分) 阅读材料: 像 $(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})=2$; $\sqrt{a}\cdot\sqrt{a}=a(a\geq 0)$; $(\sqrt{b}+1)(\sqrt{b}-1)=b-1(b\geq 0)$...两

个含有二次根式的代数式相乘，积不含有二次根式，我们称这两个代数式互为有理化因式. 例如 $\sqrt{3}$ 与 $\sqrt{3}$ ， $\sqrt{2}+1$ 与 $\sqrt{2}-1$ ， $3+3\sqrt{5}$ 与 $3-3\sqrt{5}$ 等都是互为有理化因式.

在进行二次根式计算时，利用有理化因式，可以化去分母中的根号.

例如：
$$\frac{1}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{6}, \quad \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} = \frac{(\sqrt{2}+1)^2}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = 3+2\sqrt{2}.$$

解答下列问题：

(1) $2\sqrt{3}-5$ 与 _____ 互为有理化因式，将 $\frac{3}{2\sqrt{5}}$ 分母有理化得 _____；

(2) 计算下列式子的值：
$$\frac{1}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{2025}+\sqrt{2023}};$$

(3) 已知正整数 a, b 满足 $\frac{a}{\sqrt{2}-1} - \frac{b}{\sqrt{2}} = 2-3\sqrt{2}$ ，求 a, b 的值.

25. (11 分) 观察下列等式

$$\sqrt{3+2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{1}+\sqrt{2})^2} = \sqrt{1} + \sqrt{2};$$

$$\sqrt{5+2\sqrt{6}} = \sqrt{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2} = \sqrt{2} + \sqrt{3};$$

$$\sqrt{7+2\sqrt{12}} = \sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{4})^2} = \sqrt{3} + \sqrt{4};$$

.....

请你直接写出以下计算结果：

(1) 请你猜测 $\sqrt{13+2\sqrt{42}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\sqrt{21+2\sqrt{110}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ；

(2) 针对上述各式显示的规律，请你猜测

$$\sqrt{(2n-1)+2\sqrt{n^2-n}} = \underline{\hspace{2cm}} \quad (n \geq 2, n \text{ 为整数});$$

(3) 利用上述规律计算：

$$\frac{1}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{5+2\sqrt{6}}} + \frac{1}{\sqrt{7+2\sqrt{12}}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{(2n-1)+2\sqrt{n^2-n}}} = \underline{\hspace{2cm}} \quad (n \geq 2, n \text{ 为整数}).$$

26.  (12 分) 配方法是中学数学的重要方法，用配方法可求最大（小）值. 对于任意正实数 a, b ,

可作如下变形 (提示: $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$);

$$\therefore a+b = (\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 - 2\sqrt{ab} + 2\sqrt{ab} = (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 + 2\sqrt{ab},$$

$$\text{又} \because (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0,$$

$$\therefore (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 + 2\sqrt{ab} \geq 0 + 2\sqrt{ab}, \text{ 即 } a+b \geq 2\sqrt{ab}.$$

当且仅当 $\sqrt{a} = \sqrt{b}$, 即 $a=b$ 时等号成立.



图1

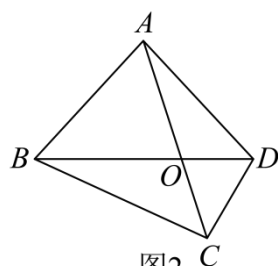


图2

(1) 若 $x > 0$, 代数式 $x + \frac{9}{x}$ 的最小值为_____, 此时 $x =$ _____.

(2) 某园林设计师要对园林的一个区域进行设计改造, 一面利用墙体将该区域用篱笆围成中间隔有一道篱笆的矩形花圃, 如图 1 所示, 为了围成面积为 108m^2 的花圃, 所用的篱笆至少为多少米?

(3) 如图 2, 四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O , $\triangle AOB$ 、 $\triangle COD$ 的面积分别为 9 和 4, 求四边形 $ABCD$ 面积的最小值.