

张江集团学校 2021 学年第二学期初二数学期末试卷

一、填空题 (每空 2 分, 共 36 分)

1. 如果关于 x 的方程 $(a-4)x = 2022$ 有解, 那么实数 a 的取值范围是__.

2. 用换元法解方程 $\frac{x^2+1}{2x} - \frac{3x}{x^2+1} = 5$, 设 $\frac{x^2+1}{x} = y$, 则得到关于 y 的整式方程为__.

3. 方程 $\frac{1}{4}(x-1)^4 - 64 = 0$ 的根是__.

4. 若关于 x 的方程 $\sqrt{x^2 - 4x + 8} = m$ 无实根, 则 m 的取值范围是__.

5. 从 3 至 8 的 6 个整数中随机抽取 2 个不同的数, 则这 2 个数互素的概率是__.

6. 已知点 C 是线段 AB 的中点, 则 $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} =$ __.

7. 如果抛物线 $y = 2x^2 - 4x + m$ 的顶点关于原点对称点的坐标是 $(-1, -3)$, 那么 m 的值是__.

8. 点 $A(2, y_1)$ 、 $B(3, y_2)$ 是二次函数 $y = x^2 - 2x + 1$ 的图象上两点, 则 y_1 与 y_2 的大小关系为 y_1 _____ y_2 (填“>”、“<”、“=”).

9. 若二次函数 $y = mx^2 - 2x - 1$ 的图像与 x 轴只有一个交点, 则 m 的值为__.

10. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 中, 函数 y 与自变量 x 的部分对应值如下表:

x	...	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	...
y	...	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{7}{4}$	$-\frac{9}{4}$	$-\frac{7}{4}$	$-\frac{1}{4}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{23}{4}$	...

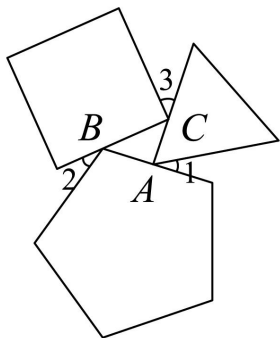
则该二次函数解析的一般式为__.

11. 如图, 以地面为 x 轴, 一名男生推铅球, 铅球行进高度 y (单位: 米) 与水平距离 x (单位: 米) 之间

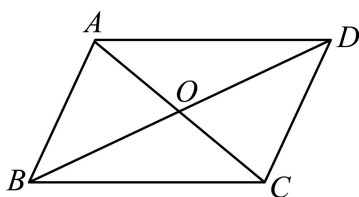
的关系是 $y = -\frac{1}{12}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$. 则他将铅球推出的距离是__米.



12. 如图，将等边三角形、正方形和正五边形按如图所示的位置摆放. $\angle 1 = \angle 2 = 30^\circ$ ，则 $\angle 3 =$ ____.



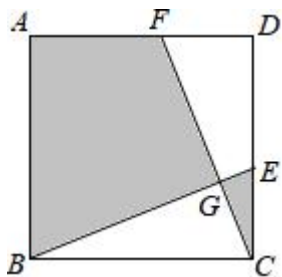
13. 如图，在 $\square ABCD$ 中， AC 与 BD 交于点 O ， $\angle ADO = 30^\circ$ ， $AC = 10, BD = 16$ ，则 $\square ABCD$ 的面积为 ____.



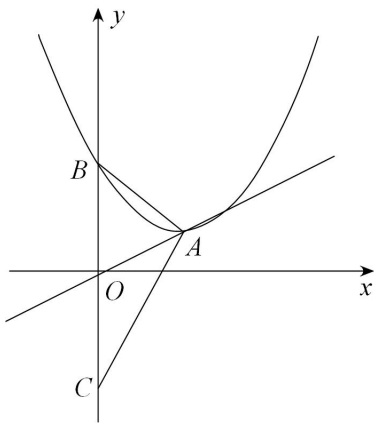
14. 已知直线 $y = \frac{2}{3}x + 2$ 与 x 轴、 y 轴分别相交于点 A 、点 B ，点 C 的坐标为 $(2, 0)$ ，点 D 在 y 轴上，联结 A 、 B 、 C 、 D 四点构成一个梯形，则点 D 的坐标为 ____.
15. 梯形的四条边长分别为 4、5、6、7，这样不同形状的梯形可以画出 ____ 个.

16. 在直角梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle A = 90^\circ$ ， $AB = \frac{3}{2}\sqrt{3}$ ， $CD = 3$ ，那么 $\angle C =$ ____.

17. 如图，在正方形 $ABCD$ 中， $AB = 3$ ，点 E 、 F 分别在 CD 、 AD 上， $CE = DF$ ， BE 、 CF 相交于点 G ，若图中阴影部分的面积与正方形 $ABCD$ 的面积之比为 $2:3$ ，则 $\triangle BCG$ 的周长为 ____.



18. 已知点 A 是直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ 上一动点，以点 A 为顶点的抛物线 $y = (x - m)^2 + h$ 交 y 轴于点 B ，作点 B 关于 x 轴的对称点 C ，连接 AB 、 AC 。若 $\triangle ABC$ 是直角三角形，则点 A 的坐标为 ____.



二、选择题 (每题 3 分, 共 15 分)

19. 下列方程中, 没有实数解的是 ()

A. $\begin{cases} x + y = -5 \\ x^2 + y^2 = 13 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x + y = -5 \\ xy = 7 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x + y = -5 \\ x^2 + y^2 = 17 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x + y = -5 \\ xy = -6 \end{cases}$

20. 在下列事件中, 确定事件共有 ()

①买一张体育彩票, 中大奖;

②抛掷一枚硬币, 落地后正面朝上;

③在共装有 2 只红球、3 只黄球的袋子里, 摸出一只白球;

④初二 (3) 班共有 49 名学生, 至少有 5 名学生的生日在同一个月.

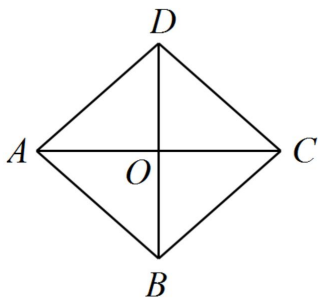
A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

21. 如图, 已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 下列结论中错误的是 ()



A. 当 $AB = BC$ 时, 平行四边形 $ABCD$ 是菱形

B. 当 $AC \perp BD$ 时, 平行四边形 $ABCD$ 是菱形

C. 当 $AC = BD$ 时, 平行四边形 $ABCD$ 是正方形

D. 当 $\angle ABC = 90^\circ$ 时, 平行四边形 $ABCD$ 是矩形

22. 在四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 和 BD 相交于点 O , $AB = CD$, 添加下列条件后能判定这个四边形是

平行四边形的是 ()

- A. $\angle ADB = \angle CBD$ B. $AO = CO$ C. $\angle ABC = \angle ADC$ D. $AD = BC$

23. 已知梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, E 、 F 、 G 、 H 分别是 AB 、 BC 、 CD 、 DA 的中点, 如果添加一个条件, 使得四边形 $EFGH$ 成为矩形, 那么所添加的这个条件可以是 ()

- A. $BD \perp AC$ B. $BD = AC$ C. $\angle ABC = 90^\circ$ D. $AB = CD$

三、计算题 (每题 4 分, 共 8 分)

24. 解方程: $\sqrt{x-5} + \sqrt{1-x} = 1$

25. 解方程组:
$$\begin{cases} 2x^2 + 2xy + 4y^2 + x = 19 \\ x^2 + xy + 2y^2 - y = 9 \end{cases}$$

四、简答题 (第 26—28 题每题 6 分, 第 29 题 9 分, 第 30 题 14 分, 共 41 分)

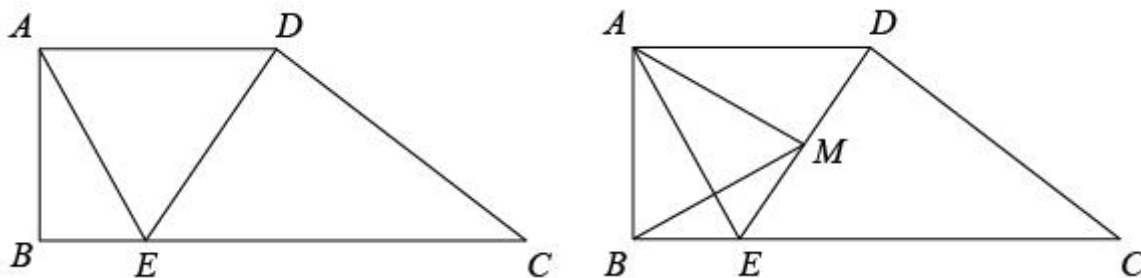
26. 已知二次函数 $y = (m^2 - 2)x^2 - 4mx + n$ 的图象的对称轴是直线 $x = 2$, 且最高点在直线 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 上, 求这个二次函数的表达式.

27. 已知方程 $\frac{x+1}{x+2} + \frac{x+2}{x+1} = \frac{4x+a}{(x+1)(x+2)}$ 只有一个根, 求 a 的值.

28. 将抛物线 $y = 2x^2$ 先向下平移 3 个单位, 再向右平移 $m(m > 0)$ 个单位, 所得新抛物线经过点 $(1, 5)$.

- (1) 求新抛物线的表达式;
- (2) 新抛物线关于 y 轴对称后的图象解析式.

29. 已知梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 4$, $BC = 9$, $AD = 5$, E 是 BC 边上任意一点 (不与 B 、 C 重合), 联结 DE 和 AE .



- (1) 若 AE 平分 $\angle BED$, 求 BE .
- (2) 若 M 是 DE 中点, 联结 AM 和 BM ,
 - ① 设 $BE = x$, $BM = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式;
 - ② 若 $AM \perp DE$, 求 BE 的长.

30. 【探究与应用】我们把平行四边形沿着它的一条对角线翻折，会发现有很多结论. 例如：在平行四边形 $ABCD$ 中， $AB \neq BC$ ，将 $\triangle ABC$ 沿直线 AC 翻折至 $\triangle AEC$ ，连结 DE ，则 $AC \parallel ED$.

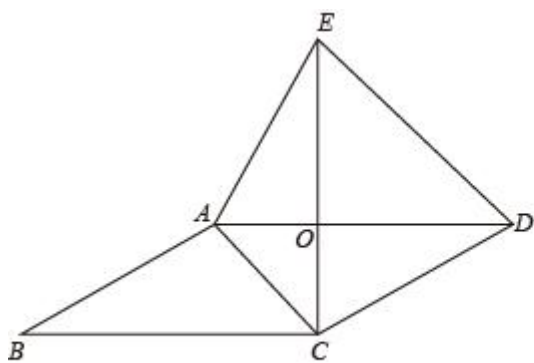


图1

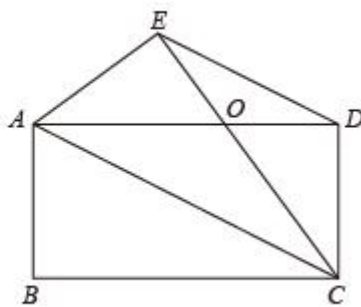


图2

- (1) 如图 1，若 AD 与 CE 相交于点 O ，证明以上个结论；
- (2) 如图 2， AD 与 CE 相交于点 O ，若 $\angle B = 90^\circ$ ， $AB = \sqrt{2}$ ， $BC = 2$ ，求 $\triangle AOC$ 的面积；
- (3) 如果 $\angle B = 45^\circ$ ， $BC = 2$ ，当 A 、 C 、 D 、 E 为顶点的四边形是正方形时，请画图并求出 AC 的长；
- (4) 如果 $\angle B = 30^\circ$ ， $AB = 3$ ，当 $\triangle AED$ 是直角三角形时，直接写出 BC 的长.

