

2024-2025 学年八年级数学上学期期中模拟卷

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。
4. 测试范围: 沪教版八上第 16~18.2 章 (二次根式、一元二次方程、正比例函数)。
5. 难度系数: 0.69。

第一部分 (选择题 共 18 分)

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分。在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求的)

1. 下列关于 x 的方程中一定有实数解的是 ()

A. $x^2 - x + 1 = 0$ B. $x^2 - mx - 1 = 0$ C. $\sqrt{2}x^2 - 2x + 1 = 0$ D. $x^2 - x - m = 0$

2. 在下列各式中, 是最简二次根式的是 ()

A. $\sqrt{18}$ B. $\sqrt{\frac{a}{2}}$ C. $\sqrt{a^2 + 4a^4}$ D. $\sqrt{a^2 - b^2}$

3. 下列从左到右的变形不一定正确的是 ()

A. $\sqrt{-a} \cdot \sqrt{-b} = \sqrt{ab}$ B. $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ C. $\sqrt{\frac{1}{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}}$ D. $\sqrt{\frac{b}{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a^2}}$

4. 下列函数 (其中 x 是自变量) 中, 一定是正比例函数的是 ()

A. $y = \frac{2}{x}$ B. $y = -\frac{x}{3}$ C. $y = -3x + 2$ D. $y = kx$

5. 某超市一月份的营业额为 200 万元, 第一季度的营业额共 1000 万元, 如果平均每月增长率为 x , 则由题意列方程应为 ()

A. $200(1+x)^2 = 1000$ B. $200 + 200 \cdot 2 \cdot x = 1000$
C. $200 + 200 \cdot 3 \cdot x = 1000$ D. $200[1 + (1+x) + (1+x)^2] = 1000$

6. 平面直角坐标系内有两点 $A(-2,1)$ 、 $B(3,1)$, 如果正比例函数 $y = kx$ 的图象与线段 AB 有交点, 那么 k 的取值范围是 ()

A. $-2 \leq k \leq 3$

B. $k \leq -2$ 或 $k \geq 3$

C. $-\frac{1}{2} \leq k \leq \frac{1}{3}$

D. $k \leq -\frac{1}{2}$ 或 $k \geq \frac{1}{3}$

第二部分 (非选择题 共 82 分)

二、填空题 (本大题共 12 小题, 每小题 2 分, 满分 24 分)

7. 若二次根式 $\sqrt{1+3x}$ 有意义, 则 x 的取值范围为_____.

8. 写出 $\sqrt{a-2b}$ 的一个有理化因式_____.

9. 函数 $y = \frac{x}{\sqrt{-2x+5}}$ 的定义域为_____.

10. 化简: $x\sqrt{-\frac{1}{12x^3}} =$ _____.

11. 若最简二次根式 $\sqrt{2a+3}$ 和 $\sqrt{9-a}$ 是同类二次根式, 则 $a =$ _____.

12. 方程 $x(x+3) = x$ 的根是_____.

13. 关于 x 的一元二次方程 $(a-\sqrt{2})x^2 + x + a^2 - 2 = 0$ 的一个根是 0, 那么 a 的值是_____.

14. 不等式 $x - 3\sqrt{2} > \sqrt{2}x$ 的解集是_____.

15. 若 x, y 为实数, $(\sqrt{x+y})(\sqrt{x+y}-5) = 6$, 则 $x+y =$ _____.

16. 在实数范围内分解因式: $x^2 - 3xy - 2y^2 =$ _____.

17. 某种产品原来每件价格为 800 元, 经过两次降价, 且每次降价的百分率相同, 现在每件售价为 578 元, 每次降价的百分率是_____.

18. 定义: 如果两个一元二次方程分别有两个实数根, 且至少有一个公共根, 那么称这两个方程互为“联根方程”. 已知关于 x 的两个一元二次方程 $x^2 - (2+a)x + 2a = 0$ 和 $(a-1)x^2 - a^2x - a + 2 = 0$ 互为联根方程, 那么 a 的值为_____.

三、解答题 (本大题共 9 小题, 满分 58 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

19. (5 分) 计算: $\frac{1}{3}\sqrt{27} - \frac{1}{2}(\sqrt{12} - \sqrt{48})$.

20. (5 分) 化简: $\sqrt{\frac{y^2}{12x}} (y > 0)$.

21. (6 分) 用公式法解方程: $x^2 - 2\sqrt{2}x - 3 = 0$.

22. (6 分) 用配方法解方程: $2x^2 - 4x - 1 = 0$.

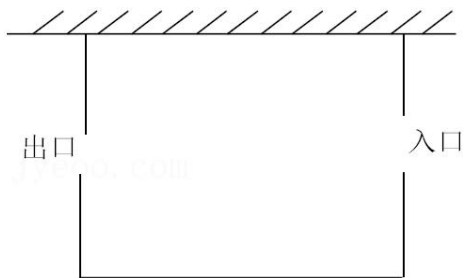
23. (6 分) 当 $a = \frac{2}{3}$, 化简代数式 $\frac{a-1}{\sqrt{a}-1} + \sqrt{\frac{a^2+1}{a}} - 2$, 并求值.

24. (6 分) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2k-1)x + k^2 - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根.

(1) 求 k 的取值范围;

(2) 方程的其中的一个根为 -1 , 求方程的另一个根.

25. (6分) 某单位组织员工前往九棵树艺术中心欣赏上海说唱《金铃塔》的表演. 表演前, 主办方工作人员准备利用 26 米长的墙为一边, 用 48 米隔栏绳为另三边, 设立一个面积为 300 平方米的长方形等候区, 如图, 为了方便群众进出, 在两边空出两个各为 1 米的出入口 (出入口不用隔栏绳). 假设这个长方形平行于墙的一边为长, 垂直于墙的一边为宽, 那么围成的这个长方形的长与宽分别是多少米呢?



26. (9分) 已知 $x = \frac{2y+2}{y-1}$, $y = f(x)$.

(1) 求 $y = f(x)$;

(2) 求 $f(\sqrt{2})$ 的值;

(3) 当 $f(x) = \sqrt{2}$ 时, 求 x 的值.

27. (9分) 阅读材料: 若关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的根均为整数, 则称方程为“快乐方程”. 通过计算发现, 任何一个“快乐方程”的判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$ 一定为完全平方数. 现规定 $F(a, b, c) = \frac{4ac - b^2}{4a}$ 为该“快乐方程”的“快乐数”. 例如“快乐方程” $x^2 - 3x - 4 = 0$ 的两根均为整数, 其“快乐数” $F(1, -3, -4) = \frac{4 \times 1 \times (-4) - (-3)^2}{4 \times 1} = -\frac{25}{4}$, 若有另一个“快乐方程” $px^2 + qx + r = 0 (p \neq 0)$ 的“快乐数” $F(p, q, r)$, 且满足 $|r \cdot F(a, b, c) - c \cdot F(p, q, r)| = 0$, 则称 $F(a, b, c)$ 与 $F(p, q, r)$ 互为“开心数”.

(1) “快乐方程” $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的“快乐数”为_____;

(2) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (2m-1)x + m^2 - 2m - 3 = 0 (m \text{ 为整数, 且 } 1 < m < 6)$ 是“快乐方程”, 求 m 的值, 并求该方程的“快乐数”;

(3) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - mx + m + 1 = 0$ 与 $x^2 - (n+2)x + 2n = 0 (m, n \text{ 均为整数})$ 都是“快乐方程”, 且其“快乐数”互为“开心数”, 求 n 的值.