

## 2025-2026 学年上海数学八年级上学期期中模拟卷 02

(考试时间: 90 分钟 试卷满分: 100 分)

学校: \_\_\_\_\_ 姓名: \_\_\_\_\_ 班级: \_\_\_\_\_ 考号: \_\_\_\_\_

考试范围: (实数、二次根式、一元二次方程)

### 一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分。在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求的)

1. (本题 3 分) 生物学家发现一种病毒的长度约为 0.00000402 毫米, 数据 0.00000402 用科学记数法表示 ( )

- A.  $0.402 \times 10^{-5}$                       B.  $4.02 \times 10^{-6}$   
C.  $4.02 \times 10^{-7}$                       D.  $40.2 \times 10^{-7}$

2. (本题 3 分) 下列根式中, 最简二次根式是 ( )

- A.  $\sqrt{18a^3}$                       B.  $\frac{2\sqrt{8a}}{3a}$                       C.  $\sqrt{3a^2+4b^2}$                       D.  $\sqrt{\frac{b}{a}}$

3. (本题 3 分) 下列实数  $\frac{22}{7}$ ,  $\sqrt[3]{-27}$ ,  $\sqrt{\frac{1}{2}}$ ,  $\sqrt{16}$ , 0.1212212221... (每相邻两个 1 之间依次多 1 个 2),  $\frac{\pi}{2}$  中, 无理数的个数是 ( )

- A. 2 个                      B. 3 个                      C. 4 个                      D. 5 个

4. (本题 3 分) 已知  $(m^2+n^2)(m^2+n^2+2)-8(m^2+n^2+2)=0$ , 则  $m^2+n^2$  的值为 ( )

- A. -8 或 2                      B. -2 或 8                      C. 2                      D. 8

5. (本题 3 分) 化简  $\sqrt{23-6\sqrt{10+4\sqrt{3-2\sqrt{2}}}}$  的结果是 ( )

- A.  $3+\sqrt{2}$                       B.  $3-2\sqrt{2}$                       C.  $3+2\sqrt{2}$                       D.  $3-\sqrt{2}$

6. (本题 3 分) 若关于  $x$  的一元二次方程:  $a_1(x-m)^2+n=0$  与  $a_2(x-m)^2+n=0$ , 称为“同族二次方程”. 如  $2(x-3)^2+4=0$  与  $3(x-3)^2+4=0$  是“同族二次方程”. 现有关于  $x$  的一元二次方程:  $2(x-1)^2+1=0$  与

$(a+2)x^2+(b-4)x+8=0$  是“同族二次方程”. 那么代数式  $ax^2+bx+2025$  能取的最小值是 ( )

- A. 2018                      B. 2020                      C. 2025                      D. 2030

### 二、填空题 (本大题共 12 小题, 每小题 2 分, 满分 24 分)

7. (本题 2 分) 实数 8,  $\pi$ ,  $\frac{19}{3}$ , 5, 3.1415,  $\sqrt{16}$  中, 是无理数的有\_\_\_\_\_.

8. (本题 2 分) 化简:  $\sqrt{(-4)^2}$  =\_\_\_\_\_.

9. (本题 2 分) 如果  $\sqrt[3]{2.37} \approx 1.333$ ,  $\sqrt[3]{23.7} \approx 2.872$ , 那么  $\sqrt[3]{2370}$  约等于\_\_\_\_\_.
10. (本题 2 分) 比较大小:  $\sqrt{12}$  \_\_\_\_\_  $3\sqrt{2}$ . (填“>”“<”“=”)
11. (本题 2 分) 不等式  $2x \geq 1 + \sqrt{5}x$  的解集是\_\_\_\_\_.
12. (本题 2 分) 最简二次根式  $\sqrt{2m-1}$  与  $\sqrt{34-3m}$  是同类二次根式, 则  $m =$ \_\_\_\_\_.
13. (本题 2 分) 已知  $\sqrt{1.007} \approx 1.003$ ,  $\sqrt{10.07} \approx 3.173$ , 则  $\sqrt{0.1007} \approx$ \_\_\_\_\_.
14. (本题 2 分) 已知  $|a|=5$ ,  $b$  是 49 的平方根, 且  $|a+b|=a+b$ , 则  $a-b$  的值为\_\_\_\_\_.
15. (本题 2 分) 大于  $-\sqrt[3]{17}$  且小于  $\sqrt[3]{10}$  的整数有\_\_\_\_\_个.
16. (本题 2 分) 石墨烯是一种由碳原子构成的单层片状结构的新型纳米材料, 其厚度 0.35 nm,  $1\text{nm} = 10^{-9}\text{m}$ . 用科学记数法表示:  $0.35\text{nm} =$ \_\_\_\_\_m.
17. (本题 2 分) 已知关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  没有实数根, 甲由于看错了二次项系数, 求得两个根为 3 和 6, 乙由于看错了某一项系数的符号, 求得两个根为  $3 + \sqrt{21}$  和  $3 - \sqrt{21}$ , 则  $\frac{2b+3c}{4a} =$ \_\_\_\_\_.
18. (本题 2 分) 阅读下列材料: 设  $x = 0.\dot{3} = 0.333\ldots$  ①, 则  $10x = 3.333\ldots$  ②, 则由 ② - ① 得:  $9x = 3$ , 即  $x = \frac{1}{3}$ . 所以  $0.\dot{3} = 0.333\ldots = \frac{1}{3}$ . 根据上述提供的方法把下列两个数化成分数.  $0.\dot{7} =$ \_\_\_\_\_,  $1.\dot{3} =$ \_\_\_\_\_.

### 三.解答题 (本大题共 8 题, 满分 58 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

19. (本题 6 分) 计算:

$$(1) (\sqrt{24} + \sqrt{0.5}) - \left( \sqrt{\frac{1}{8}} - \sqrt{6} \right)$$

$$(2) \frac{2}{b} \sqrt{ab^2} \times \left( -\frac{3}{2} \sqrt{a^3b} \right) \div 3 \sqrt{\frac{b}{a}} \quad (a > 0, b > 0)$$

20. (本题 6 分) 解下列方程:

$$(1) x^2 + 4x = -4.$$

(2)  $2x^2 - x = x + 1$ .

(3)  $2x(x-1) = 3(x-1)$  (一题多解法) .

21. (本题 6 分) 已知:  $a, b$  为有理数, 且  $(3-2\sqrt{3})^2 = a + \sqrt{3}b$ , 求  $a+b$  的平方根

22. (本题 6 分) 已知若  $a = \frac{1}{2+\sqrt{3}}$ ,  $b = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$ , 求  $a^2 - 5ab + b^2$  的值.

23. (本题 8 分) 观察下表:

|            |        |      |   |     |       |
|------------|--------|------|---|-----|-------|
| $a$        | 0.0001 | 0.01 | 1 | 100 | 10000 |
| $\sqrt{a}$ | 0.01   | 0.1  | 1 | 10  | 100   |

(1)由上表你发现了什么规律? 请用语言叙述这个规律: \_\_\_\_\_;

(2)根据你发现的规律填空: 已知 $\sqrt{5.217} \approx 2.284$ ,  $\sqrt{521.7} \approx 22.84$  .

则 $\sqrt{0.05217} \approx$ \_\_\_\_\_,  $-\sqrt{52170} \approx$ \_\_\_\_\_;

若 $\sqrt{x} \approx 0.02284$ , 则 $x \approx$ \_\_\_\_\_;

(3)拓展提升:

①已知 $\sqrt[3]{0.000456} \approx 0.07697$ , 则 $-\sqrt[3]{456} \approx$ \_\_\_\_\_;

②已知 $\sqrt[3]{3} \approx 1.442$ ,  $\sqrt[3]{30} \approx 3.107$ , 则 $\sqrt[3]{3000} \approx$ \_\_\_\_\_.

24. (本题 8 分) 我们知道: 任何有理数的平方都是一个非负数, 即对于任何有理数, 都有 $a^2 \geq 0$ 成立, 所以, 当 $a = 0$ 时, 有最小值 $a^2 = 0$ .

【应用】

(1) 代数式 $(x-1)^2$ 有最小值时,  $x =$ \_\_\_\_\_;

(2) 代数式  $m^2 + 3$  的最小值是\_\_\_\_\_;

**【探究】**

求代数式  $n^2 + 4n + 9$  的最小值, 小明是这样做的:

$$n^2 + 4n + 9$$

$$= n^2 + 4n + 4 + 5$$

$$= (n + 2)^2 + 5.$$

∴ 当  $n = -2$  时, 代数式  $n^2 + 4n + 9$  有最小值, 最小值为 5.

(3) 请你参考小明的方法, 求代数式  $a^2 - 6a - 3$  的最小值, 并求此时  $a$  的值.

25. (本题 8 分) (2+4+4=10) 综合与探究

**【定义】** 我们把关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0$  与  $cx^2 + bx + a = 0$  ( $ac \neq 0$ ,  $a \neq c$ ) 称为一对“友好方程”

**【示例】** 如  $2x^2 + 7x - 3 = 0$  的“友好方程”是  $-3x^2 + 7x + 2 = 0$ .

(1) 写出一元二次方程  $12x^2 - 7x + 1 = 0$  的“友好方程”是\_\_\_\_\_.

【探究】

(2) 已知一元二次方程  $12x^2 - 7x + 1 = 0$  的两根为  $x_1 = \frac{1}{3}$ ,  $x_2 = \frac{1}{4}$ , 请求出它的“友好方程”的两个根.

【猜想】

(3) 当  $\Delta = b^2 - 4ac \geq 0$  时, 方程  $ax^2 + bx + c = 0$  的两根  $x_1, x_2$  与其“友好方程”  $cx^2 + bx + a = 0$  的两根  $x_3, x_4$  之间存在的一种特殊关系为\_\_\_\_\_. ( $ac \neq 0, a \neq c$ )

【证明】

$\because$  方程  $ax^2 + bx + c = 0$  的两根为  $x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ,  $x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ;

方程  $cx^2 + bx + a = 0$  的两根为  $x_3 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2c}$ , ①\_\_\_\_\_; .....

请完成上述填空①, 并补全证明过程. (备注: 证明一组关系即可)

26. (本题 10 分) 阅读下列材料, 然后回答问题:

①在进行二次根式的化简与运算时, 我们有时会碰上如  $\frac{2}{\sqrt{3}+1}$  一样的式子, 其实我们还可以将其进一步化

简:  $\frac{2}{\sqrt{3}+1} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3})^2-1} = \frac{2(\sqrt{3}-1)}{2} = \sqrt{3}-1$ , 以上这种化简的步骤叫做分母有理化.

②学习数学, 最重要的是学习数学思想, 其中一种数学思想叫做换元的思想, 它可以简化我们的计算, 比如我们熟悉的下面这个题: 已知  $a+b=2$ ,  $ab=-3$ , 求  $a^2+b^2$ . 我们可以把  $a+b$  和  $ab$  看成是一个整体, 令

$x = a + b$ ,  $y = ab$ , 则  $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = x^2 - 2y = 4 + 6 = 10$ . 这样, 我们不用求出  $a$ ,  $b$  就可以得到最后的结果.

(1) 计算:  $\frac{1}{\sqrt{3}+1} + \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ ;

(2) 若  $m$  是正整数,  $a = \frac{\sqrt{m+1}-\sqrt{m}}{\sqrt{m+1}+\sqrt{m}}$ ,  $b = \frac{\sqrt{m+1}+\sqrt{m}}{\sqrt{m+1}-\sqrt{m}}$ , 且  $a + b + 3ab = 2025$ , 求  $m$  的值;

(3) 若  $\sqrt{15+x^2} - \sqrt{26-x^2} = 1$ , 则  $\sqrt{15+x^2} + \sqrt{26-x^2}$  的值是\_\_\_\_\_. (直接写出答案结果)