

杨浦区 2024 学年度第二学期初三质量调研（一）

数学学科

（测试时间：100 分钟，满分：150 分）

考生注意：

1. 本试卷含三个大题，共 25 题；
2. 答题时，考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答，在草稿纸、本试卷上答题一律无效；
3. 除第一、二大题外，其余各题如无特别说明，都必须在答题纸的相应位置写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 下列根式中，是最简二次根式的是（ ）

A. $\sqrt{\frac{1}{6}}$ B. $\sqrt{6}$ C. $\sqrt{12}$ D. $\sqrt{20}$

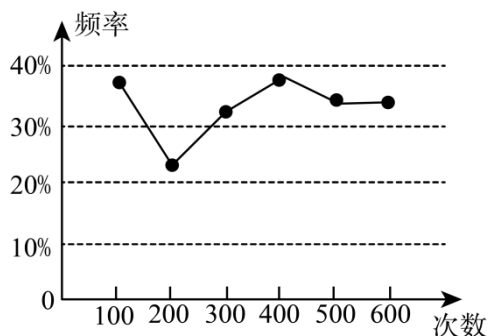
2. 下列计算中，正确的是（ ）

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $a^2 + a^2 = 2a^4$
C. $(-a^3)^2 = a^6$ D. $6a^6 \div 2a^2 = 3a^3$

3. 如果反比例函数 $y = \frac{2-m}{x}$ 的图像上有两点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ ，当 $x_1 < x_2 < 0$ 时，有 $y_1 < y_2$ ，那么 m 的取值范围是（ ）

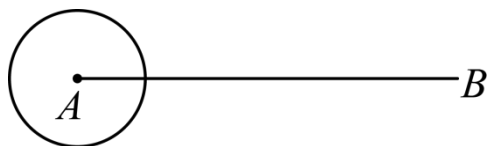
A. $m < 0$ B. $m > 0$ C. $m < 2$ D. $m > 2$

4. 小王为了统计某一试验结果出现的频率，利用计算机进行模拟试验，并绘制出如图所示的统计图，那么符合这一试验结果的可能是（ ）



- A. 掷一枚质地均匀的骰子，出现 1 点朝上的概率
B. 掷一枚质地均匀的骰子，出现奇数点朝上的概率

- C. 掷一枚质地均匀的骰子，出现素数点朝上的概率
- D. 掷一枚质地均匀的骰子，出现合数点朝上的概率
5. 下列命题中正确的是（ ）
- A. 对角线相等的四边形是菱形
- B. 对角线互相垂直的四边形是菱形
- C. 对角线相等的平行四边形是菱形
- D. 对角线互相垂直的平行四边形是菱形
6. 如图，已知线段 AB 的长为 10，圆 A 的半径为 2，点 P 是线段 AB 上一点，以 B 为圆心、 BP 为半径作圆，将圆 B 绕点 P 旋转 180° 得到圆 C ，点 C 是点 B 的对应点，如果圆 A 与圆 C 相切，那么符合条件的点 P 的个数是（ ）



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

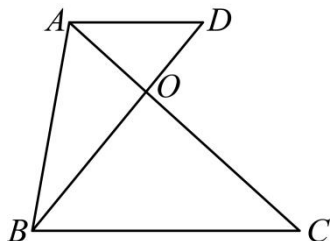
7. 化简： $\sqrt{8a} = \underline{\hspace{2cm}}$.
8. 分解因式： $9x^2 - 4 = \underline{\hspace{2cm}}$.
9. 方程 $\sqrt{2x-4} = 2$ 的解是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
10. 已知关于 x 的方程 $x^2 - ax - 2 = 0$ ，判断该方程的根的情况是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
11. 某新能源汽车销售公司 2022 年盈利 a 万元，如果该公司每年盈利增长的百分率都为 10%，那么该公司 2024 年盈利 $\underline{\hspace{2cm}}$ 万元.（用含 a 的代数式表示）
12. 如果将直线 $y = -2x - 1$ 平移，使其经过点 $(0, 3)$ ，那么平移后所得直线的表达式是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
13. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，点 G 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的重心，如果 $CG = 6$ ，那么斜边 AB 的长等于 $\underline{\hspace{2cm}}$.
14. 某中学为了了解全校 600 名学生平均每周周末在家体育锻炼时间的情况，随机调查了该校 50 名学生一月内平均每周周末在家体育锻炼时间的情况，结果如下表：

时间（分）	40	45	50	55	60	65	70
人数	10	10	8	6	5	6	5

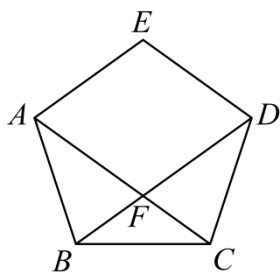
请估计该学校平均每周周末在家体育锻炼时间不少于 60 分钟的学生大约有_____人.

15. 如果抛物线不经过第二象限, 且它的对称轴在 y 轴右侧, 那么这条抛物线的表达式可以是_____ (只需写出一个即可).

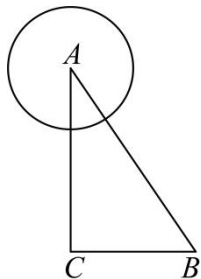
16. 如图, $AD \parallel BC$, $BC = 2AD$, AC 与 BD 相交于点 O , 如果 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AO} = \vec{b}$, 那么用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{AD}$ 是_____.



17. 如图, 已知正五边形 $ABCDE$ 的边长是 4, 联结 AC 、 BD 交于点 F , 那么 CF 的长是_____.



18. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 6$, $BC = 4$, 以 A 为圆心、2 为半径作圆, 点 D 是圆 A 上一点, 连接 CD , 点 E 是 CD 的中点, 连接 BE , 那么 BE 长度的取值范围是_____.

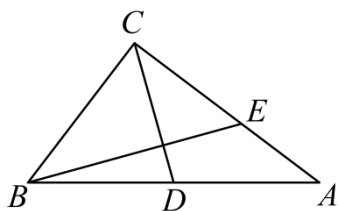


三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 先化简, 再求值: $\left(a + 1 - \frac{2a-1}{a-1}\right) \div \frac{a^2 - 4a + 4}{a-1}$, 其中 $a = \sqrt{3}$.

20. 解不等式组:
$$\begin{cases} 6 - 3x > 2(x - 2) \\ \frac{2x-1}{2} - 3x \leq 4 \end{cases}$$

21. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 8$, $\tan A = \frac{3}{4}$, CD 是中线, 作 $BE \perp CD$, 交边 AC 于点 E .



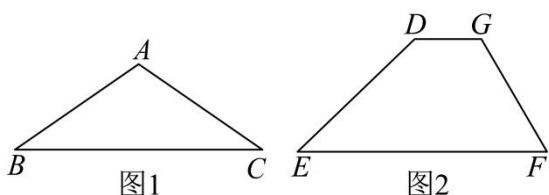
- (1) 求 CE 的长;
 (2) 求 $\angle EBA$ 的正切值.

22. 为了让游客更好的观赏花圃景观, 某植物园打算在不同形状的花圃内都建设一条半圆形的步道, 要求一: 步道的外围不超过各自花圃的范围; 要求二: 半圆形步道的圆心在花圃的某一条边上; 要求三: 半圆形步道的半径尽可能的大 (忽略步道的宽度).

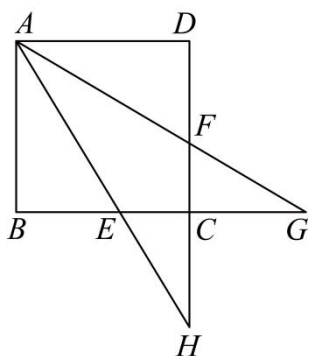
根据以下不同形状的花圃分别按要求画出这个半圆形步道的圆心 (不用写作法, 保留痕迹), 并直接写出不同形状的花圃下半圆形步道的半径.

花圃一: 如图 1, ABC 是一个等腰三角形的花圃, 经测量 $AB = AC = 13\text{m}$, $BC = 24\text{m}$, 半圆形步道的圆心在边 BC 上;

花圃二: 如图 2, 四边形 $DEFG$ 是一个梯形的花圃, $DG \parallel EF$, 经测量 $DG = 9\text{m}$, $EF = 27\text{m}$, $\angle E = 45^\circ$, $\tan F = 2$, 半圆形步道的圆心在边 EF 上. (结果保留根号)

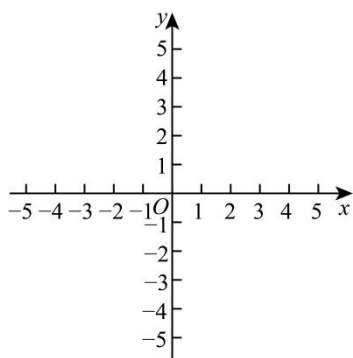


23. 已知: 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别在边 BC 、 CD 上, 且 $\angle BAE = \angle DAF$, 延长 AE 、 AF 分别交 DC 、 BC 延长线于点 H 、 G .



- (1) 求证: $DF \cdot CD = BE \cdot BC$;
 (2) 联结 EF 、 HG , 如果 $EF \parallel HG$, 求证: 四边形 $ABCD$ 是正方形.
24. 已知平面直角坐标系 xOy , 抛物线 $y = ax^2 - 2ax - 3a$ ($a > 0$) 与 x 轴交于点 A 和点 B (点 A 在点 B 左侧),

与 y 轴交于点 C ，顶点为 D ，过点 C 作 $CE \parallel x$ 轴交抛物线于点 E 。



- (1) 直接写出抛物线的对称轴及点 A 、 B 的坐标；
- (2) 联结 AE ，如果 AE 平分 $\angle BAC$ ，求 a 的值；
- (3) 点 P 是抛物线上一点，线段 PD 、 AE 交于点 F ，如果 $S_{\triangle AFD} = S_{\triangle PFE}$ ，那么直线 PD 是否一定会经过一个定点？如果会，求出这个定点的坐标；如果不会，请说明理由。

25. 已知圆 O 的直径 AB 上有一点 C (不与 A 、 B 重合)， $AB = 10$ ，过点 C 作弦 $DE \perp AB$ ，点 F 是弧 BD 的中点，连接 EF ，交 AB 于点 G 。

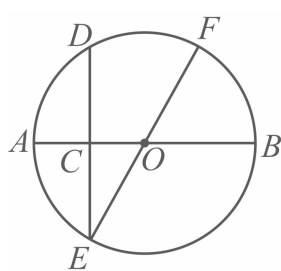


图1

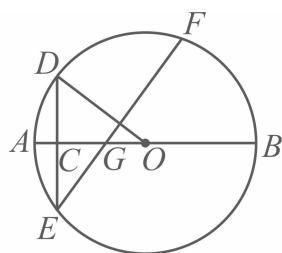
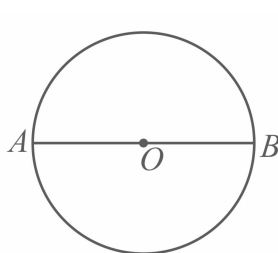


图2



备用图

- (1) 如图 1，当点 G 与点 O 重合时，求 AC 的长；
- (2) 如图 2，连接 OD ，当 $OD \perp EF$ 时，求 $\frac{DE}{EF}$ 的值；
- (3) 设 $AC = x$ ， $y = \frac{EG}{GF}$ ，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出自变量 x 的取值范围。