

2024 学年第二学期初三年级学业质量调研数学试卷

(测试时间: 100 分钟, 满分: 150 分)

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.
3. 本次考试不可以使用科学计算器.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

1. 下列各数中, 无理数是 ()

- A. $\frac{6}{5}$ B. $0.\dot{3}$ C. $\sqrt{7}$ D. $\sqrt[3]{27}$.

2. 单项式 $4xy^2$ 的次数是 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3. 下列运算正确的是 ()

- A. $3m + 2m = 5m^2$; B. $(2m^2)^3 = 8m^6$; C. $m^8 \div m^4 = m^2$; D. $(m-2)^2 = m^2 - 4$.

4. 一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图像经过第一、二、三象限, 它的解析式可以是 ()

- A. $y = x + 1$ B. $y = x - 1$ C. $y = -x + 1$ D. $y = -x - 1$

5. 下列命题是真命题的是 ()

- A. 平行四边形的邻边相等; B. 平行四边形的对角线互相平分;
C. 平行四边形内角都相等; D. 平行四边形是轴对称图形.

6. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 8$, $AC = 6$, 点 D 是 BC 的中点, 点 E 是边 AB 上一动点, 沿 DE 所在直线把 BDE 翻折到 $\triangle B'DE$ 的位置, $B'D$ 交 AB 于点 F , 如图 $\triangle AB'F$ 为直角三角形, 那么 BE 的长是 ()

- A. 1 B. 3 C. $\sqrt{2}$ D. 2 或 $\frac{40}{17}$

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 如果 $\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$, 那么 $\frac{2a}{a-b}$ 的值为_____.

8. 已知 $f(x) = 2x^2 - 1$, 那么 $f(-\sqrt{3}) =$ _____.

9. 已知关于 x 的方程 $x^2 + 4x + m = 0$ 有两个相等的实数根, 那么 m 的值为_____.

10. 方程 $x = \sqrt{x+2}$ 的解是_____.

11. 已知两个相似三角形对应高之比为 $4:9$ ，那么这两个三角形的周长之比为_____.

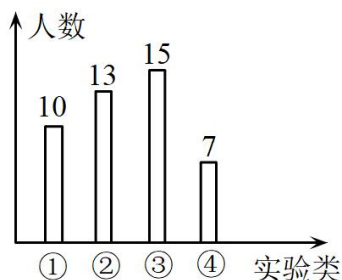
12. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 在对称轴的左侧部分是下降的，那么 a _____0. (填 “>” 或 “<”)

13. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AB = 10$ ， $\cos A = \frac{2}{5}$ ，那么直角边 AC 长为_____.

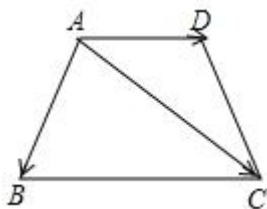
14. 一个不透明的袋子里装有 3 个红球和 5 个黑球，它们除颜色外其余都相同. 从袋中任意摸出一个球是红球的概率为_____.

15. 《九章算术》是我国古代数学的经典著作，书中有一个问题：“今有黄金九枚，白银一十一枚，称之重适等，交易其一，金轻十三两，问金、银一枚各重几何？”意思是：甲袋中装有黄金 9 枚（每枚黄金重量相同），乙袋中装有白银 11 枚（每枚白银重量相同），称重两袋相同，两袋互相交换 1 枚后，甲袋比乙袋轻了 13 两（袋子重量忽略不计），问黄金、白银每枚各重多少两？设黄金重 x 两，每枚白银重 y 两，根据题意可列方程组为_____.

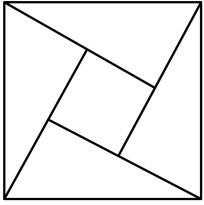
16. 2022 年 10 月 12 日，“天宫课堂”第三课在问天实验舱内开讲. 进行的太空实验有①毛细效应；②水球变“懒”实验；③太空趣味饮水；④会调头的扳手. 某校 1500 名学生在线观看了“天宫课堂”第三课，并参与了关于“我最喜爱的太空实验”的问卷调查. 如果从中随机抽取 45 名学生的问卷调查情况进行统计分析，并将调查数据整理成下面的条形图，那么估计该校喜欢③太空趣味饮水实验的初中学生有_____名.



17. 如图，已知梯形 $ABCD$ ， $AD \parallel BC$ ， $BC = 2AD$ ，如果 $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$ ，那么 $\overrightarrow{AC} =$ _____ (用 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ 表示).



18. 2002 年在北京召开的国际数学家大会，会标是以我国古代数学家赵爽弦图为基础设计的，弦图是由四个全等直角三角形与一个小正方形拼成的一个大正方形（如图），如图的弦图中大正方形边长为 4，每个直角三角形较小的锐角为 30° ，那么小正方形面积为_____.

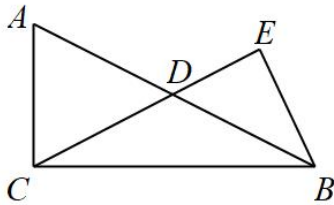


三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. 计算： $\frac{4}{1+\sqrt{3}} - (\cos 30^\circ)^{-1} + |-\tan 45^\circ| + \pi^0$.

20. 解方程组：
$$\begin{cases} x + 2y = 2 & \text{①} \\ x^2 - 5xy + 4y^2 = 0 & \text{②} \end{cases}$$

21. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 2$ ， $BC = 4$ ，点 D 为 AB 的中点，过点 B 作 CD 的垂线，交 CD 的延长线于点 E .



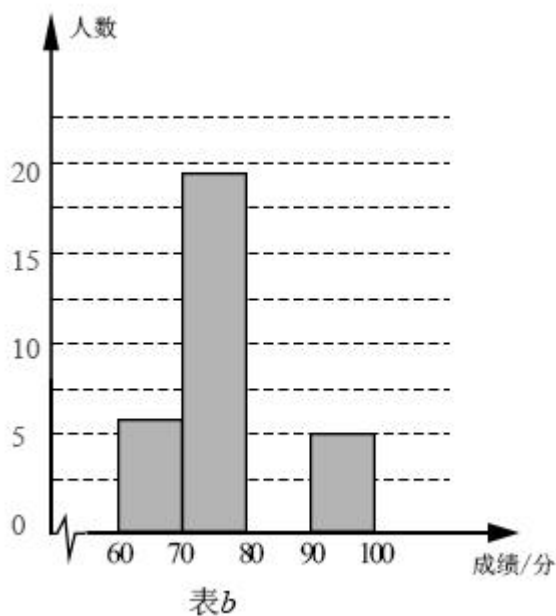
(1) 求线段 CD 的长；

(2) 求 $\frac{CD}{DE}$ 的值.

22. 某校举办了首届“英语原创演讲比赛”，经选拔后有若干名学生参加决赛，根据测试成绩（成绩都不低于 60 分）绘制出如下两幅不完整的统计图表，请根据统计图表提供的信息完成下列各题.

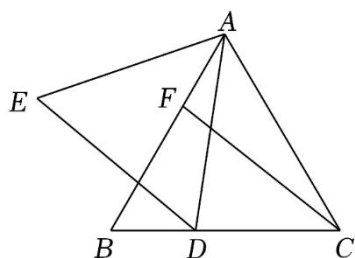
表 a :

分数段	60 – 70	70 – 80	80 – 90	90 – 100
频数	6	19	m	5
频率	15%	n	25%	12. 5%



- (1) 参加决赛的学生有_____名，请将图 b 补充完整；
- (2) 表 a 中的 $m =$ _____， $n =$ _____；
- (3) 如果测试成绩不低于 80 分为优秀，那么本次测试的优秀率是_____。

23. 如图，已知： $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等边三角形，其中点 D 在边 BC 上，点 F 是 AB 边上一点，且 $BF = CD$ 。

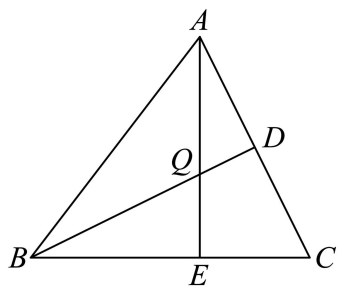


- (1) 求证： $DE \parallel CF$ ；
 - (2) 联结 DF ，设 AD 、 CF 的交点为 M ，如果 $DF^2 = FM \cdot FC$ ，求证： $DF \parallel AC$ 。
24. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 + bx + 6$ 与 x 轴交于点 $A(-2, 0)$ 和点 $B(6, 0)$ ，与 y 轴交于点 C ，顶点为 D ，联结 BC 交抛物线的对称轴 l 于点 E 。

- (1) 求抛物线的表达式；
- (2) 联结 CD 、 BD ，求证： $\triangle CDB$ 是直角三角形；
- (3) 点 M 是线段 BE 上的一点，点 N 是对称轴 l 右侧抛物线上的一点，如果 $\triangle EMN$ 是以 EM 为腰的等腰直角三角形，点 M 的坐标为_____。

A. $(4, 2)$ B. $(2 + \sqrt{2}, 4 - \sqrt{2})$ C. $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ D. $(2 + \sqrt{2}, 4 - \sqrt{2})$ 或 $(4, 2)$

25. 已知 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， AD 、 BE 是 $\triangle ABC$ 的两条高，直线 BE 与直线 AD 交于点 Q 。



(1) 如图，当 $\angle BAC$ 为锐角时，

i) 求证: $DB^2 = DQ \cdot DA$; ii) 如果 $\frac{AQ}{QD} = 3$, 求 $\angle C$ 的正切值;

(2) 如果 $BQ = 3$, $EQ = 2$, 下列求 $\triangle ABC$ 的面积算式_____;

$$\textcircled{1} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AD = \frac{1}{2} \times \sqrt{30} \times \left(\frac{\sqrt{6}}{2} + 2\sqrt{6} \right) = \frac{15\sqrt{5}}{2};$$

$$\textcircled{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot AD = \frac{1}{2} \times \sqrt{6} \times \left(\frac{\sqrt{30}}{2} - \frac{2\sqrt{30}}{5} \right) = \frac{3\sqrt{5}}{10};$$

A. ①②都正确 B. ①正确, ②错误 C. ①错误, ②正确 D. ①②都是错的

(3) 根据 (1)、(2) 小题, 提出一个问题并解答 (可以增加已知条件).