

2024 学年第二学期第二次初三数学学科科学情调研

(考试时间: 100 分钟, 满分 150 分)

2025.5

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题;

2. 除第一、二大题外, 其余各题无特别说明, 都必须写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

1. 下列计算中, 正确的是 ()

- A. $a^2 \cdot a^4 = a^8$ B. $(a^3)^4 = a^7$ C. $(ab)^4 = ab^4$ D. $a^6 \div a^3 = a^3$

2. 单项式 $-2a^2b$ 的系数和次数分别是 ()

- A. -2 和 2 B. 2 和 2 C. -2 和 3 D. 2 和 3

3. 下列关于 x 的方程一定有实数解的是 ()

- A. $x^2 - mx - 1 = 0$ B. $ax = 3$
C. $\sqrt{x-6} \cdot \sqrt{4-x} = 0$ D. $\frac{1}{x-1} = \frac{x}{x-1}$

4. 如果正十边形的边长为 a , 那么它的半径是 ()

- A. $\frac{a}{\sin 36^\circ}$ B. $\frac{a}{\cos 36^\circ}$ C. $\frac{a}{2\sin 18^\circ}$ D. $\frac{a}{2\cos 18^\circ}$

5. 已知 $\odot O$ 的半径 3cm , 直线 l 上有一点到圆心 O 的距离为 3cm , 那么直线 l 与 $\odot O$ 的位置关系是 ()

- A. 相切 B. 相交
C. 相离或相切 D. 相切或相交

6. 已知二次函数 $y = x^2 + bx + c$ (b, c 为常数) 命题①: 该函数的图像经过点 $(-1, 0)$; 命题②: 该函数的图像经过点 $(-3, 0)$; 命题③: 该函数的图像与 y 轴的交点位于 x 轴的下方; 命题④: 该函数的图像的对称轴为直线 $x = -1$. 如果这四个命题中只有一个命题是假命题, 那么这个假命题是 ()

- A. 命题① B. 命题② C. 命题③ D. 命题④

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 分解因式: $x^2 - 8x = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 函数 $y = \frac{x}{\sqrt{x-1}}$ 中自变量 x 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

9. 方程 $\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x-2} = 0$ 的解是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

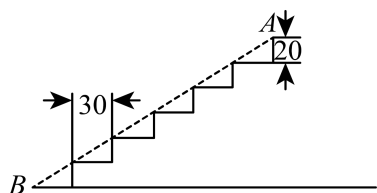
10. 一组数据: $2, 2, 5, 5, 6$, 那么这组数据的方差是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. 布袋中有五个大小一样的球，分别写有 $2.\dot{2}\dot{7}$ ， $\sqrt{3}$ ， $\sqrt[3]{27}$ ， $\frac{\pi}{3}$ ， $\frac{29}{11}$ 这五个实数，从布袋中任意摸出一个球，那么摸出写有无理数的球的概率为_____.

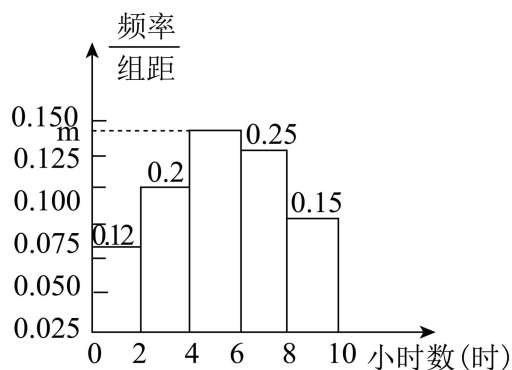
12. 已知方程 $\frac{x}{x^2-1} - \frac{1-x^2}{2x} = 3$ ，如果设 $y = \frac{x}{x^2-1}$ ，那么原方程转化为关于 y 的整式方程为_____.

13. 如果抛物线 $y = (a-1)x^2 - 1$ (a 为常数) 不经过第二象限，那么 a 的取值范围是_____.

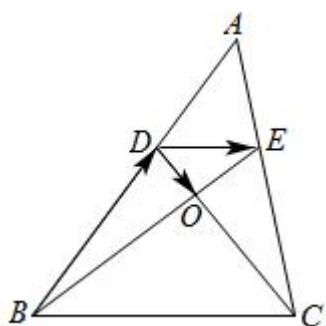
14. 如图，某幢楼的楼梯每一级台阶的高度为 20 厘米，宽度为 30 厘米，那么斜面 AB 的坡度为_____.



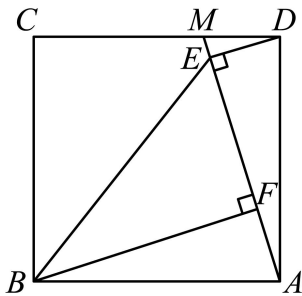
15. 某校为了解本校学生每周阅读课外书籍的时间，对本校全体学生进行了调查，并绘制如图所示的频率分布直方图，那么图中 m 的值为_____.



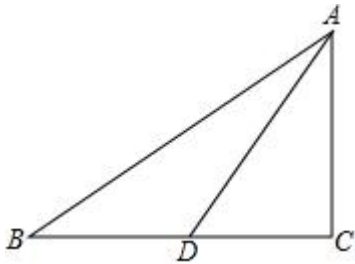
16. 如图，已知 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上， $DE \parallel BC$ ， DC 、 BE 交于点 O ， $AB = 3AD$ ，设 $\overrightarrow{BD} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{DE} = \vec{b}$ ，那么向量 $\overrightarrow{DO}$ 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示是_____.



17. 如图，点 M 是正方形 $ABCD$ 边 CD 上一点，连接 AM ，作 $DE \perp AM$ 于点 E ， $BF \perp AM$ 于点 F ，连接 BE 。已知 $AF = 2$ ，四边形 $ABED$ 的面积为 24，则 $\angle EBF$ 的正弦值为_____.



18. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 2$, 点 D 是边 BC 的中点, $\angle ABC = \angle CAD$, 将 $\triangle ACD$ 沿直线 AD 翻折, 点 C 落在点 E 处, 连结 BE , 那么线段 BE 的长为_____.

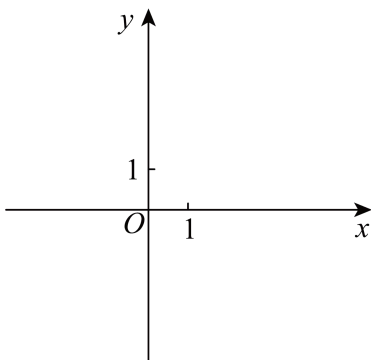


三. 解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 计算: $\frac{\sqrt{3}}{\tan 60^\circ - \cos 30^\circ} - 27^{\frac{1}{3}} + |1 - \sqrt{3}| - (\sqrt{2025})^0$.

20. 解方程: $\frac{x+2}{x-2} - \frac{16}{x^2-4} = \frac{1}{x+2}$

21. 在平面直角坐标系 xOy 中 (如图), 已知一次函数 $y = 2x + m$ 与 $y = -\frac{1}{2}x + n$ 的图象都经过点 $A(-2, 0)$, 且分别与 y 轴交于点 B 和点 C .



(1) 求 B 、 C 两点的坐标;

(2) 设点 D 在直线 $y = -\frac{1}{2}x + n$ 上, 且在 y 轴右侧, 当 $\triangle ABD$ 的面积为 15 时, 求点 D 的坐标.

22. 综合与实践

在学习特殊四边形的过程中, 我们积累了一定的研究经验, 请运用已有经验, 对“邻等对补四边形”进行研究

定义：至少有一组邻边相等且对角互补的四边形叫做邻等对补四边形.

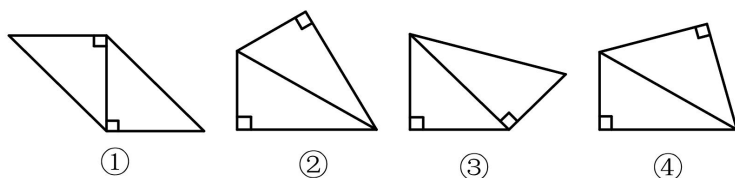


图1

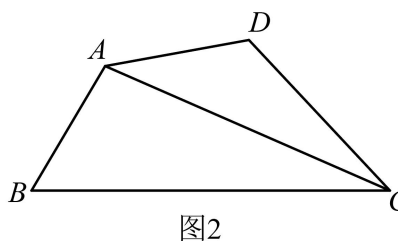


图2

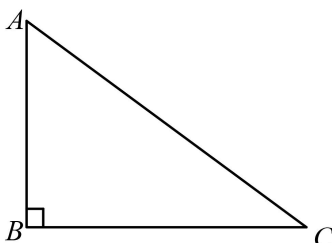


图3

(1) 操作判断

用分别含有 30° 和 45° 角的直角三角形纸板拼出如图 1 所示的 4 个四边形，其中是邻等对补四边形的有 _____ (填序号).

(2) 性质探究

根据定义可得出邻等对补四边形的边、角的性质. 下面研究与对角线相关的性质.

如图 2，四边形 $ABCD$ 是邻等对补四边形， $AB = AD$ ， AC 是它的一条对角线.

①写出图中相等的角，并说明理由；

②若 $BC = m$ ， $DC = n$ ， $\angle BCD = 2\theta$ ，求 AC 的长 (用含 m ， n ， θ 的式子表示).

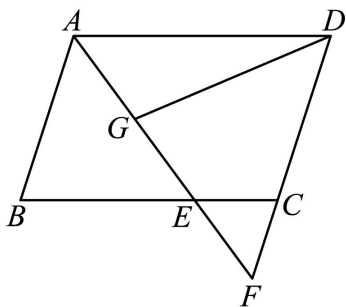
(3) 拓展应用

如图 3，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $AB = 3$ ， $BC = 4$ ，分别在边 BC ， AC 上取点 M ， N ，使四边形 $ABMN$ 是邻等对补四边形. 当该邻等对补四边形仅有一组邻边相等时，请直接写出 BN 的长.

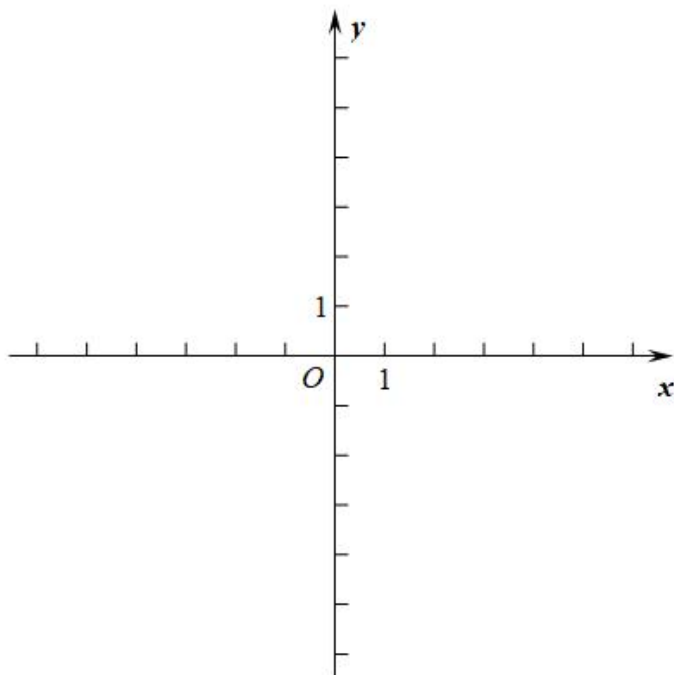
23. 如图，在 $\square ABCD$ 中， $\angle BAD$ 的平分线交边 BC 于点 E ，交 DC 的延长线于点 F ，点 G 在 AE 上，联结 GD ， $\angle GDF = \angle F$.

(1) 求证： $AD^2 = DG \cdot AF$ ；

(2) 联结 BG ，如果 $BG \perp AE$ ，且 $AB = 6$ ， $AD = 9$ ，求 AF 的长.

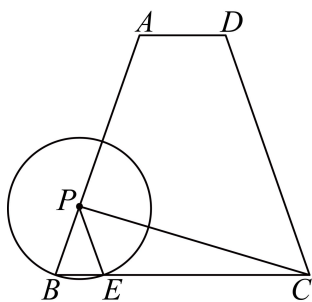


24. 如图，已知在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = \frac{4}{9}x^2 + bx + c$ 经过原点，且与 x 轴相交于点 A ，点 A 的横坐标为 6，抛物线顶点为点 B 。



- (1) 求这条抛物线的表达式和顶点 B 的坐标；
- (2) 过点 O 作 $OP \parallel AB$ ，在直线 OP 上点取一点 Q ，使得 $\angle QAB = \angle OBA$ ，求点 Q 的坐标；
- (3) 将该抛物线向左平移 $m(m > 0)$ 个单位，所得新抛物线与 y 轴负半轴相交于点 C 且顶点仍然在第四象限，此时点 A 移动到点 D 的位置， $CB : DB = 3 : 4$ ，求 m 的值。

25. 已知：如图，梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AD = 2$ ， $AB = BC = CD = 6$ 。动点 P 在射线 BA 上，以 BP 为半径的 $\odot P$ 交边 BC 于点 E （点 E 与点 C 不重合），联结 PE 、 PC 。设 $BP = x$ ， $PC = y$ 。



- (1) 求证： $PE \parallel DC$ ；
- (2) 求 y 关于 x 的函数解析式，并写出定义域；
- (3) 联结 PD ，当 $\angle PDC = \angle B$ 时，以 D 为圆心半径为 R 的 $\odot D$ 与 $\odot P$ 相交，求 R 的取值范围。