

2024 学年第二学期九年级数学

(考试时间：100 分钟，满分 150 分)

考生注意：

1. 本试卷共 25 题.
2. 答题时，考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上答题，在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
3. 除第一、二大题外，其余各题如无特别说明，都必须在答题纸规定的位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 4 分，共 24 分）

1. 下列各数化成小数后，结果为有限小数的是（ ）

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

2. 如果 $a < b$ ，那么下列不等式中一定正确的是（ ）

- A. $a - 2b < -b$ B. $a^2 < ab$ C. $ab < b^2$ D. $a^2 < b^2$

3. 下列与 $\sqrt{2a}$ 是同类二次根式的是（ ）

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2a^2}$ C. $\sqrt{2a^3}$ D. $\sqrt{a}$

4. 在一次射击比赛选拔赛中，甲、乙、丙、丁四人的射击成绩如表所示，那么在这次比赛中，成绩又好且又稳定的选手是（ ）

	甲	乙	丙	丁
平均成绩（环）	9	9	8.5	8.5
标准差（环）	1.2	1.5	1.2	1.5

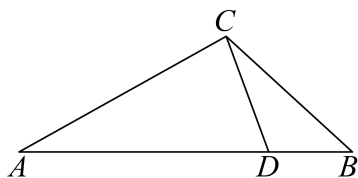
- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

5. 圆 O 半径长为 2，对于圆 O 的内接正六边形 $ABCDEF$ ，下列说法错误的是（ ）

- A. 中心角是 60° B. 内角是 120°
C. 边心距为 $\sqrt{3}$ D. 边长为 4

6. 从三角形（非等腰三角形）一个顶点引出一条射线与对边相交，该顶点与该交点间的线段把这个三角形分割成两个小三角形. 如果其中一个小三角形是等腰三角形，另一个与原三角形相似，那么我们把这条线段叫做这个三角形的完美分割线. 如图，在 ABC 中， $DB = 2$ ， $BC = 4$ ， CD 是 ABC 的完美分割线，

且 $\triangle ACD$ 是以 CD 为底边的等腰三角形，那么 CD 的长为（ ）



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

二、填空题（本大题共 12 小题，每小题 4 分，共 48 分）

7. 计算： $(a+2b)(a-2b) =$ _____.

8. 方程 $\sqrt{x-7} = 3$ 的解是_____.

9. 如果一元二次方程 $x^2 + 6x - m = 0$ 有两个不相等的实数根，那么 m 的取值范围是_____.

10. 已知正比例函数 $y = kx (k \neq 0)$ 的图象经过点 $(2, -4)$ ，那么函数值 y 随自变量 x 的值的增大而_____.（填“增大”或“减小”）

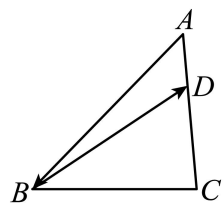
11. 纳米光刻机是半导体产业的皇冠明珠，由我国自主研造的纳米光刻机打破了西方的垄断. 已知1纳米等于0.000000001米，数字0.000000001用科学记数法可以表示为_____.

12. 某商品成本价100元，商家以120元价格售出，那么这件商品的盈利率为_____.（用百分数表示）

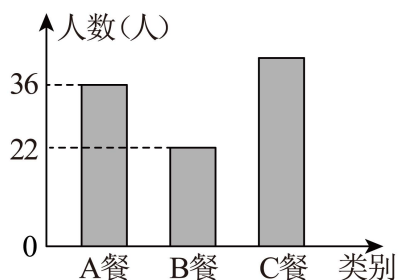
13. 布袋中有6个红球和若干个白球，这些球除颜色外都相同，如果从布袋中随机摸出球，摸出的是白球的概率是 $\frac{2}{5}$ ，那么布袋中白球的个数是_____.

14. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 是线段 AC 上的点，且 $CD = 2DA$ ，若 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{BD} = \vec{b}$ ，那么

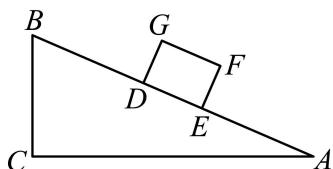
$\overrightarrow{BC} =$ _____.（用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的线性组合表示）



15. 某校为满足学生午餐的多样性，将学生午餐分成了 A 、 B 、 C 三类供学生自主选择. 在前期的调研中，从全校1500人中随机抽取了100人进行问卷调查，并将问卷的结果整理后绘制成图. 根据该数据，估计全校约有_____人会选择 C 类午餐.



16. 如图, 一个矩形木箱 $DEFG$ 沿坡比为 $1:2.4$ 的斜面 AB 下滑, $EF = 1.2$ 米, 当木箱滑至如图位置时, $AE = 3.1$ 米, 那么木箱端点 F 离地面 AC 的高度是_____米.



17. 在 $\triangle ABC$ 中, $BC = 14$, $\tan B = \frac{2}{3}$, $\tan C = \frac{1}{2}$, 将 $\triangle ABC$ 翻折, 点 C 恰好落在线段 AB 的中点 D 处, 折痕分别交 AC 、 BC 于 M 、 N , 此时 $CN =$ _____.

18. 在 $\square ABCD$ 中, $\angle A < 90^\circ$, $AB = 4$, 以 D 为圆心、 BD 为半径的 $\odot D$ 交 BA 的延长线于点 E , 连接 CE , 交 BD 于点 F . 当 $DE \parallel AF$ 时, AE 的长为_____.

三、解答题 (本大题共 7 小题, 满分 78 分) 如无特殊说明, 本大题作答需写出证明或计算的主要步骤.

19. 计算: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \cos 45^\circ - |2 - \sqrt{3}| + \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$.

20. 解方程组:
$$\begin{cases} x - 3y = 4 \\ x^2 + 5xy + 4y^2 = 0 \end{cases}$$

21. (1) 在 $\triangle ABC$ 中, 记 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边分别为 a 、 b 、 c .

①如图 1, 当 $\triangle ABC$ 是等边三角形 (即 $a = b = c$) 时, $\triangle ABC$ 的面积为_____ (结果用含 a 的代数式表示);

②如图 2, 当 $a = 2\text{cm}$, $b = 6\text{cm}$, $\angle C = 120^\circ$ 时, 求 $\triangle ABC$ 的面积;

(2) 三个含 120° 的全等的三角形 ($a < b < c$) 可以拼成一个大等边三角形, 内含一个小的等边三角形 (如图 3 所示), 当大等边三角形的面积是小等边三角形面积的 16 倍时, 直接写出 a 、 b 满足的数量关系_____.

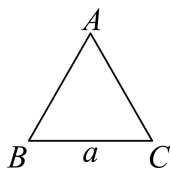


图1

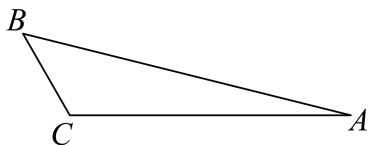


图2

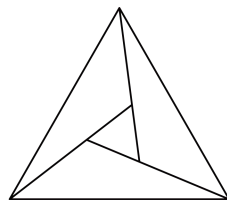
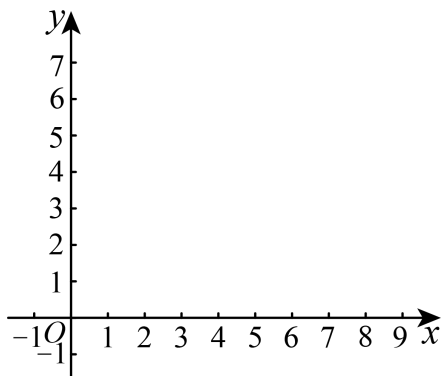


图3

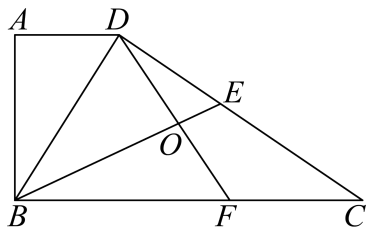
22. 已知: 在平面直角坐标系中 (如图), 反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 在第一象限内的图像与直线 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的交点为 $A(3, m)$, 且直线 $y = kx + b$ 与直线 $y = -\frac{1}{3}x$ 平行.



(1) 求直线 $y = kx + b$ 的表达式;

(2) 若以 A 为圆心、半径长为 r 的 $\odot A$ 与以原点 O 为圆心、半径长为 1 的 $\odot O$ 相切, 求 r 的值.

23. 已知: 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $BD^2 = AD \cdot BC$, 点 E 是腰 CD 上的点, $\angle ABD = \angle DBE$, 点 F 是线段 BC 上的点, 联结 DF 交 BE 于点 O .



(1) 求证: $\angle ABD = \angle C$;

(2) 当 $DB = DF$ 时, 求证: $\frac{CF}{CE} = \frac{AB}{BD}$.

24. 数学综合与实践课上, 如图 1 老师发给每个小组一张矩形纸片、一个内角为 30° 的直角三角板 (说明: 仅能作: 30° 、 60° 、 90° 的角)、一把无刻度的直尺 (说明: 仅能作直线) 和一块橡皮.

实践任务: 仅利用提供的工具将矩形纸片三等分, 使原纸片的宽作为等分后纸片的一边.

对核心任务进行数学抽象: 如图 2, 已知矩形 $ABCD$, 利用含 30° 的直角三角板和无刻度的直尺, 在 AB 上

确定点 P , 使 $BP = \frac{1}{3} AB$.



图1



图2

下表是某组同学展示完成实践任务的操作步骤:

操作步骤	图示
第一步: 如图 3 所示, 分别以点 D, 点 C 为顶点, DA, CB 为边作 30° 的角与 AB 交于点 E, F, 连接 DF, CE, 交于点 G, 过点 G 作 $GM \perp AB$ 于点 M, 并延长 MG 交 CD 于点 N.	图3
第二步: 如图 4 所示, 擦除第一步中的线段 DE, EC, DF, CF, 点 E, F, G, 仅保留 MN, 连接 AC, BN 交于点 O, 过点 O 作 $OP \perp AB$ 于点 P, 并延长 PO 交 CD 于点 Q.	图4

(1) 在图 3 中, 证明: 点 M 为 AB 的中点;

(2) 在图 4 中, 证明: $BP = \frac{1}{3} AB$;

(3) 请你再设计一种作图方案 (仅利用提供的工具), 在图 5 画出满足条件的点 P , 写出作法, 并验证作图的正确性.

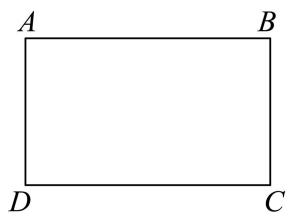


图5

25. 已知抛物线 $C_1: y = \frac{1}{2}x^2 + bx - 2$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点, 与 y 轴交于点 C , 顶点为点 D .

(1) 当点 A 在 x 轴负半轴, 且 $\tan \angle ACO = 2$ 时,

①求抛物线 C_1 的表达式;

②将抛物线向上或向下平移得到抛物线 C_2 , 抛物线 C_2 与 y 轴的负半轴交于点 E , 顶点 D' 的纵坐标为 n ,

如果线段 AE 与线段 BD' 有交点，求 n 的取值范围；

(2) 当抛物线 $C_1: y = \frac{1}{2}x^2 + bx - 2$ 的系数 b 变化时，表述顶点 D 的运动轨迹，并画出图像.

