

黄浦区 2024 年九年级学业水平考试模拟考

数学试卷

(满分 150 分, 考试时间 100 分钟)

2024 年 4 月

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题;
2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

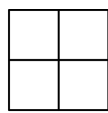
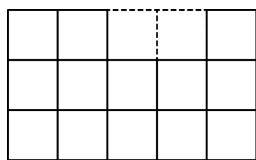
1. 多项式的因式分解与整式乘法是互逆的. 在整式乘法中, “单项式乘以多项式” 所对应的互逆因式分解方法是 ()

- A. 提取公因式法 B. 公式法 C. 十字相乘法 D. 分组分解法

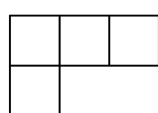
2. 已知第二象限内点 P 到 x 轴的距离为 2, 到 y 轴的距离为 3, 那么点 P 的坐标是 ()

- A. $(-2, 3)$ B. $(-3, 2)$ C. $(2, -3)$ D. $(3, -2)$

3. 如图, 一个 3×5 的网格, 其中的 12 个单位正方形已经被 2 张 “L” 型和 1 张 “田字” 型纸片互不重叠地占据了. 下列有 4 个均由 4 个单位正方形所组成的纸片, 依次记为型号 1、型号 2、型号 3 和型号 4. 将这 4 个型号的纸片做平移、旋转, 恰能将图 1 中 3 个未被占据的单位正方形占据, 并且与已有的 3 张纸片不重叠的是 ()



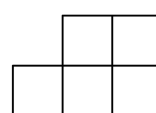
(型号1)



(型号2)



(型号3)



(型号4)

- A. 型号 1 B. 型号 2 C. 型号 3 D. 型号 4

4. 对于数据: 2、2、2、4、5、6、8、8、9、100, 能较好反映这组数据平均水平的是 ()

- A. 这组数据的平均数 B. 这组数据的中位数
C. 这组数据的众数 D. 这组数据的标准差

5. 反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ 的图像有下述特征：图像与 x 轴没有公共点且与 x 轴无限接近. 下列说明这一特征的理
由中，正确的是（ ）

- A. 自变量 $x \neq 0$ 且 x 的值可以无限接近 0 B. 自变量 $x \neq 0$ 且函数值 y 可以无限接近 0
C. 函数值 $y \neq 0$ 且 x 的值可以无限接近 0 D. 函数值 $y \neq 0$ 且函数值 y 可以无限接近 0

6. 小明在研究梯形的相似分割问题，即如何用一条直线将一个梯形分割成两个相似的图形. 他先从等腰梯形开始进行探究，得到下面两个结论. 结论 1：存在与上、下底边相交的直线，能将等腰梯形分割成两个相似的图形；结论 2：不存在与两腰相交的直线，能将等腰梯形分割成两个相似的图形. 对这两个结论，你认为（ ）

- A. 结论 1、结论 2 都正确 B. 结论 1 正确、结论 2 不正确；
C. 结论 1 不正确、结论 2 正确 D. 结论 1、结论 2 都不正确.

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. 100 的平方根是_____；

8. 计算： $(-a^3)^2 =$ _____.

9. 方程 $x = \sqrt{x+2}$ 的解是_____.

10. 已知关于 x 的方程 $x^2 + mx - 1 = 0$ ，判断该方程的根的情况是_____.

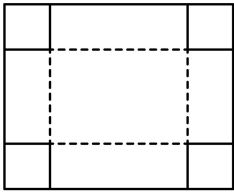
11. 将直线 $y = 2x$ 向上平移 2 个单位，所得直线与 x 轴、 y 轴所围成的三角形面积是_____.

12. 一副 52 张的扑克牌（无大、小王）被任意打乱后背面朝上放在桌上，小华先从中抽取 1 张，取得的是黑桃 A . 然后小王从剩下的牌中再任意抽取 1 张，他恰好抽到 A 的概率是_____.

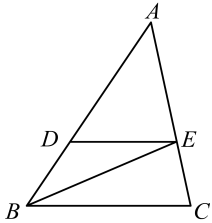
13. 小黄对学校提供午餐中的主食、荤菜、蔬菜和汤，开展了一次满意度调查. 他利用中午休息时间，随机对学校中 50 名学生做了问卷调查，汇总数据如下表. 如果学校共有 1400 名学生，那么全校对午餐中主食满意的学生约有_____名.

类别	主食	荤菜	蔬菜	汤
满意人数	16	5	20	8

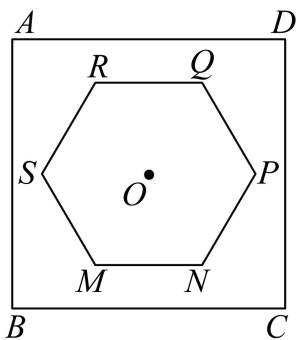
14. 现有一张矩形纸片，其周长为 36 厘米，将纸片的四个角各剪下一个边长为 2 厘米的正方形，然后沿虚线（如图所示）将纸片折成一个无盖的长方体. 如果所得的长方体的体积是 48 立方厘米，设原矩形纸片的长是 x 厘米，那么可列出方程为_____.



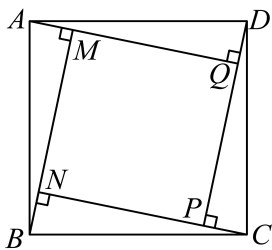
15. 如图, D 、 E 分别是 $\triangle ABC$ 边 AB 、 AC 上点, 满足 $AD = 2BD$, $\angle ADE = \angle ABC$. 记 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 那么向量 $\overrightarrow{BE} =$ _____ (用向量 a 、 b 表示).



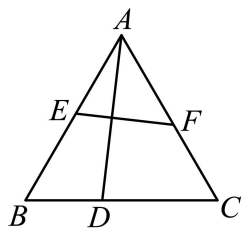
16. 如图, 正六边形 $MNPQRS$ 位于正方形 $ABCD$ 内, 它们的中心重合于点 O , 且 $MN \parallel BC$ 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 a , 正六边形 $MNPQRS$ 的边长为 b , 那么点 P 到边 CD 的距离为 _____. (用 a 、 b 的代数式表示)



17. 如图, 由 4 个全等的直角三角形拼成一个大正方形 $ABCD$, 内部形成一个小正方形 $MNPQ$. 如果正方形 $MNPQ$ 的面积是正方形 $ABCD$ 面积的一半, 那么, $\angle ABM$ 的正切值是 _____.



18. 如图, D 是等边 $\triangle ABC$ 边 BC 上点, $BD:CD = 2:3$, 作 AD 的垂线交 AB 、 AC 分别于点 E 、 F , 那么 $AE:AF =$ _____.

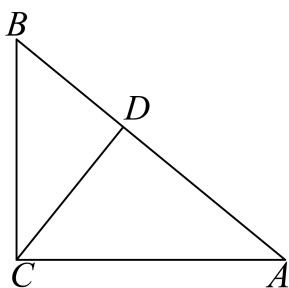


三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. 计算： $|1 - \tan 60^\circ| - \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + (2024 - \sqrt{2024})^0$.

20. 解不等式组：
$$\begin{cases} 2x - 5 \leq 0, \\ \frac{x-4}{2} + \frac{1-2x}{3} < 0 \end{cases}$$

21. 如图， D 是 $\triangle ABC$ 边 AB 上点，已知 $\angle BCD = \angle A$ ， $AD = 5$ ， $BD = 4$.



(1) 求边 BC 的长；

(2) 如果 $\triangle ACD \sim \triangle CBD$ （点 A 、 C 、 D 对应点 C 、 B 、 D ），求 $\angle ACB$ 的度数.

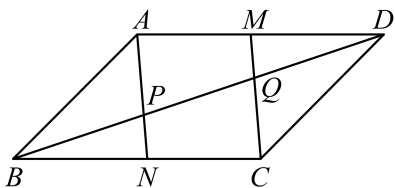
22. 网络平台上有一款代金券，主打的广告语是“满 80 团 1 张”. 规则如下：在平台可以花 75 元团购一张 80 元代金券，一张代金券在平台商城内可以抵 80 元消费额，每笔消费可用于抵扣的代金券数量不限，但不找零.

(1) 在平台商城一笔 375 元的消费，如果使用 4 张代金券，实际共支付了多少元？

(2) 在充分使用代金券的情况下，在平台商城一笔 x 元的消费与实际总支付 y 元间存在着依赖关系，当 $320 < x < 375$ 时，写出 y 关于 x 的函数关系式；

(3) 广告语是“满 80 团 1 张”. 如果在平台商城一笔消费未满 80 元，那么是不是就一定没必要“团”哪？说说你的理由.

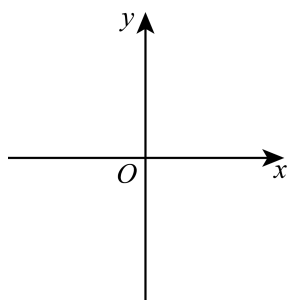
23. 如图， M 、 N 分别是平行四边形 $ABCD$ 边 AD 、 BC 的中点，对角线 BD 交 AN 、 CM 分别于点 P 、 Q .



(1) 求证: $PQ = \frac{1}{3}BD$;

(2) 当四边形 $ANCM$ 是正方形时, 试从内角大小和邻边的数量关系的角度探究平行四边形 $ABCD$ 的形状特征.

24. 问题: 已知抛物线 $L: y = x^2 - 2x$, 抛物线 W 的顶点在抛物线 L 上 (非抛物线 L 的顶点) 且经过抛物线 L 的顶点. 请求出一个满足条件的抛物线 W 的表达式.

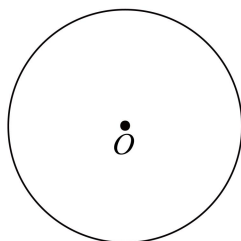
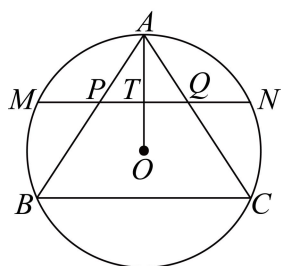


(1) 解这个问题的思路如下: 先在抛物线 L 上任取一点 (非顶点), 你所取的点是____①____; 再将该点作为抛物线 W 的顶点, 可设抛物线 W 的表达式是____②____; 然后求出抛物线 L 的顶点是____③____; 再将抛物线 L 的顶点代入所设抛物线 W 的表达式, 求得其中待定系数的值为____④____; 最后写出抛物线 W 的表达式是____⑤____.

(2) 用同样的方法, 你还可以获得其他满足条件的抛物线 W , 请再写出一个抛物线 W 的表达式.

(3) 如果问题中抛物线 L 和 W 在 x 轴上所截得的线段长相等, 求抛物线 W 的表达式.

25. 已知: 如图, $\triangle ABC$ 是圆 O 的内接三角形, $AB = AC$, $\widehat{AB}$ 、 $\widehat{AC}$ 的中点分别为 M 、 N , MN 与 AB 、 OA 、 AC 分别交于点 P 、 T 、 Q .



备用图

(1) 求证: $OA \perp MN$;

(2) 当 $\triangle ABC$ 是等边三角形时, 求 $\frac{AT}{OT}$ 的值;

(3) 如果圆心 O 到弦 BC 、 MN 的距离分别为 7 和 15, 求线段 PQ 的长.