

静安区 2024 年初中学业质量调研

九年级数学试卷

(满分 150 分, 100 分钟完成)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本调研卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

[每小题只有一个正确选项, 在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂]

1. 下列各数中, 是无理数的为 ()

- A. $\sqrt{4}$ B. $\sqrt[3]{3}$ C. π^0 D. $\frac{1}{7}$

2. 下列运算正确的是 ()

- A. $a^2 \cdot a^3 = a^{-1}$ B. $\sqrt{a^2} = a$ C. $(a^2)^3 = a^5$ D. $a^3 + a^3 = a^6$

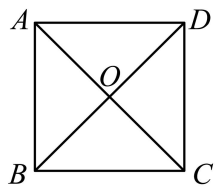
3. 下列图形中, 对称轴条数最多的是 ()

- A. 等腰直角三角形 B. 等腰梯形 C. 正方形 D. 正三角形

4. 一次函数 $y = kx + b$ 中, 如果 $k < 0, b \geq 0$, 那么该函数的图像一定不经过 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

5. 如图, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 那么下列条件中, 能判断菱形 $ABCD$ 是正方形的为 ()



- A. $\angle AOB = \angle AOD$ B. $\angle ABO = \angle ADO$
C. $\angle BAO = \angle DAO$ D. $\angle ABC = \angle BCD$

6. 对于命题: ①如果两条弧相等, 那么它们所对的圆心角相等; ②如果两个圆心角相等, 那么它们所对的弧相等. 下列判断正确的是 ()

- A. ①是真命题, ②是假命题 B. ①是假命题, ②是真命题
C. ①、②都是真命题 D. ①、②都是假命题

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

[在答题纸相应题号后的空格内直接填写答案]

7. 计算: $|1-\sqrt{2}| = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 函数 $y = \frac{1}{x+1}$ 的定义域是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

9. 方程 $(x-1)\sqrt{x-2} = 0$ 的根为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

10. 如果一个正多边形的内角和是 720° , 那么它的中心角是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 度.

11. 如果关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 有实数根, 那么 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

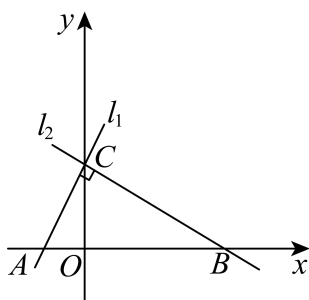
12. 反比例函数 $y = \frac{k^2+1}{x}$ 的图像在第 $\underline{\hspace{2cm}}$ 象限.

13. 把一枚均匀的硬币连续抛掷两次, 两次正面朝上的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 一位短跑选手 10 次 100 米赛跑的成绩如下: 2 次 $12''3$, 1 次 $12''1$, 3 次 $12''7$, 4 次 $12''5$, 那么这 10 个数据的中位数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

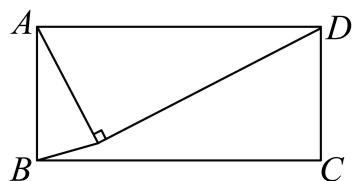
15. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 、 F 分别是边 AB 、 AC 、 BC 的中点, 设 $\overrightarrow{DE} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DF} = \vec{b}$, 那么向量 $\overrightarrow{AB}$ 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 如图, 在平面直角坐标系中, 已知直线 l_1 与直线 l_2 交于点 $C(0,1)$, 它们的夹角为 90° . 直线 l_1 交 x 负半轴于点 A , 直线 l_2 与 x 正半轴交于点 $B(2,0)$, 那么点 A 的坐标是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



17. 如果半径分别为 r 和 2 的两个圆内含, 圆心距 $d = 3$, 那么 r 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

18. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 8$, $BC = 17$, 将该矩形绕着点 A 旋转, 得到四边形 $AB_1C_1D_1$, 使点 D 在直线 B_1C_1 上, 那么线段 BB_1 的长度是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



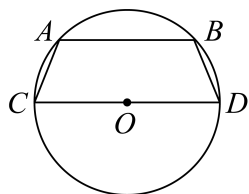
三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

[将下列各题的解答过程，做在答题纸的相应位置上]

19. 先化简，再求值： $\frac{x^2-4}{x^2-4x+4} \div \frac{x+2}{x+1} - \frac{x}{x-2}$ ，其中 $x = \sqrt{2}$ 。

20. 解不等式组 $\begin{cases} 3-x \geq 0 \\ \frac{4}{3}x + \frac{3}{2} > -\frac{x}{6} \end{cases}$ ，并写出它的整数解。

21. 已知：如图， CD 是 $\odot O$ 的直径， AC 、 AB 、 BD 是 $\odot O$ 的弦， $AB \parallel CD$ 。



(1) 求证： $AC = BD$ ；

(2) 如果弦 AB 长为 8，它与劣弧 $\widehat{AB}$ 组成的弓形高为 2，求 CD 的长。

22. 某区连续几年的 GDP（国民生产总值）情况，如下表所示：

年份	第 1 年	第 2 年	第 3 年	第 4 年	第 5 年
GDP（亿元）	10.0	11.0	12.4	13.5	■

我们将这些数据，在平面直角坐标系内，用坐标形式表示出来，它们分别为点： $A(1,10.0)$ 、 $B(2,11.0)$ 、 $C(3,12.4)$ 、 $D(4,13.5)$ 。如果运用函数与统计等知识预测该区下一年的 GDP，可以尝试选择直线 AB 、直线 AC 等函数模型来进行分析。

(1) 根据点 A 、 B 的坐标，可得直线 AB 的表达式为 $y = x + 9$ 。请根据点 A 、 C 坐标，求出直线 AC 的表达式；

(2) 假设经济发展环境和条件不变，要预测该区第五年的 GDP 情况，可以参考方差等相关知识，分析选用哪一函数模型进行预测较为合适。

(说明：在计算与绘图时，当实际数据绘制的点与模型上对应的点位置越接近时，模型越适宜。我们可通过计算一组 GDP 所有实际值偏离图像上对应点纵坐标值的程度，即偏离方差，来进行模型分析，一般偏离方差越小越适宜。)

例如，分析直线 AB ，即 $f(x) = x + 9$ 上的点：可知

$f(1)=10, f(2)=11, f(3)=12, f(4)=13$, 求得 偏 离 方 差

$$S_{AB}^2 = \frac{1}{4} \left[(10-10)^2 + (11-11)^2 + (12.4-12)^2 + (13.5-13)^2 \right] = 0.1025 .$$

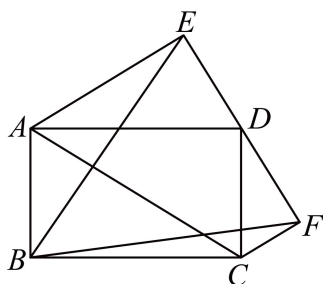
请依据以上方式，求出关于直线 AC 的偏离方差值： $S_{AC}^2 =$ _____；

问题：你认为在选用直线 AB 与直线 AC 进行预测的两个方案中，相对哪个较为合适？

请写出所选直线的表达式： _____；

根据此函数模型，预估该区第五年的 GDP 约为 _____ 百亿元.

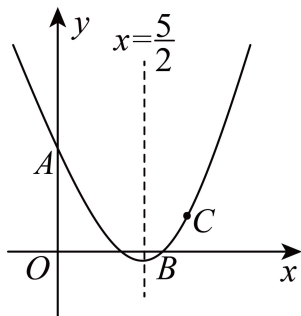
23. 已知：如图，直线 EF 经过矩形 $ABCD$ 顶点 D ，分别过顶点 A 、 C 作 EF 的垂线，垂足分别为点 E 和点 F ，且 $DE = DF$ ，连接 AC .



(1) 求证： $AD^2 = AE \cdot AC$ ；

(2) 连接 BE 和 BF ，求证： $BE = BF$.

24. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线关于直线 $x = \frac{5}{2}$ 对称，且经过点 $A(0,3)$ 和点 $B(3,0)$ ，横坐标为 4 的点 C 在此抛物线上.



(1) 求该抛物线的表达式；

(2) 联结 AB 、 BC 、 AC ，求 $\tan \angle BAC$ 的值；

(3) 如果点 P 在对称轴右方的抛物线上，且 $\angle PAC = 45^\circ$ ，过点 P 作 $PQ \perp y$ 轴，垂足为 Q ，请说明 $\angle APQ = \angle BAC$ ，并求点 P 的坐标.

25. 如图 1， $\triangle ABC$ 中，已知 $AB = 6, BC = 9, \angle B$ 为锐角， $\cos \angle ABC = \frac{1}{3}$.

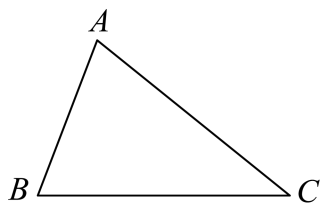


图1

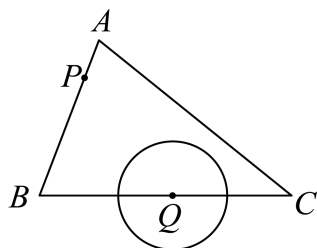


图2

- (1) 求 $\sin C$ 的值;
- (2) 如图 2, 点 P 在边 AB 上, 点 Q 是边 BC 的中点, $\odot P$ 经过点 A , $\odot P$ 与 $\odot Q$ 外切, 且 $\odot Q$ 的直径不大于 BC , 设 $\odot P$ 的半径为 x , $\odot Q$ 的半径为 y , 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域;
- (3) 在第 (2) 小题条件下, 连接 PQ , 如果 BPQ 是等腰三角形, 求 AP 的长.