

2023 学年第二学期九年级学业质量调研

数学 试卷

(时间 100 分钟, 满分 150 分)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本调研卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【每小题只有一个正确选项, 在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂】

1. 下列二次根式中, 与 $\sqrt{3}$ 是同类二次根式的是 ()

A. $\sqrt{6}$ B. $\sqrt{9}$ C. $\sqrt{\frac{1}{3}}$ D. $\sqrt{18}$

2. 下列计算正确的是 ()

A. $a^2+a^2=a^4$ B. $(2a)^3=6a^3$
C. $3a^2 \cdot (-a^3) = -3a^5$ D. $4a^6 \div 2a^2 = 2a^3$.

3. 下列函数中, 函数值 y 随自变量 x 的值增大而增大的是 ()

A. $y = \frac{x}{5}$ B. $y = -\frac{x}{5}$ C. $y = \frac{5}{x}$ D. $y = -\frac{5}{x}$

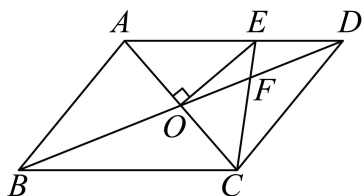
4. 某兴趣小组有 5 名成员, 身高 (厘米) 分别为: 161, 165, 169, 163, 167. 增加一名身高为 165 厘米的成员后, 现兴趣小组成员的身高与原来相比, 下列说法正确的是 ()

A. 平均数不变, 方差不变 B. 平均数不变, 方差变小
C. 平均数不变, 方差变大 D. 平均数变小, 方差不变.

5. 已知四边形 $ABCD$ 中, AB 与 CD 不平行, AC 与 BD 相交于点 O , 那么下列条件中, 能判断这个四边形为等腰梯形的是 ()

A. $AC = BD$ B. $\angle ABC = \angle BCD$ C. $OB = OC, OA = OD$ D. $OB = OC, AB = CD$

6. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 过 O 作 AC 的垂线交 AD 于点 E , EC 与 BD 相交于点 F , 且 $\angle ECD = \angle DBC$, 那么下列结论 错误的是 ()



- A. $EA = EC$ B. $\angle DOC = \angle DCO$ C. $BD = 4DF$ D. $\frac{BC}{CE} = \frac{CD}{BF}$

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)【在答题纸相应题号后的空格内直接填写答案】

7. 分解因式： $xy^2 - x^2y =$ _____.

8. 方程 $\sqrt{2x-1} = 5$ 的解是_____.

9. 函数 $y = \frac{x}{x+1}$ 的定义域是_____.

10. 如果关于 x 的方程 $-x^2 - x + c = 0$ 有实数根，那么实数 c 的取值范围是_____.

11. 如果将抛物线 $y = x^2 + 1$ 向右平移 3 个单位，那么所得新抛物线的表达式是_____.

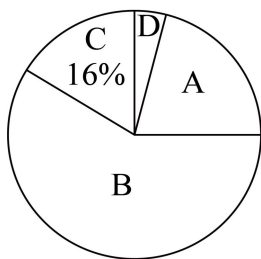
12. 甲、乙两位同学分别在 A 、 B 、 C 三个景点中任意选择一个游玩，那么他们选择同一个景点的概率是_____.

13. 某校有 2000 名学生参加了“安全伴我行”的宣传教育活动. 为了解活动效果，随机从中抽取 m 名学生进行了一次测试，满分为 100 分，按成绩划分为 A, B, C, D 四个等级，将收集的数据整理绘制成如下不完整的统计图表. 请根据以上信息，估计该校共有_____名学生的成绩达到 A 等级.

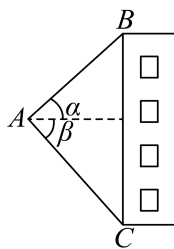
成绩频数分布表

等第	成绩 x	频数
A	$90 \leq x \leq 100$	n
B	$80 \leq x < 90$	117
C	$70 \leq x < 80$	32
D	$0 \leq x < 70$	8

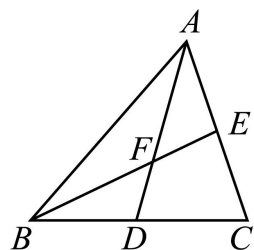
成绩扇形统计图



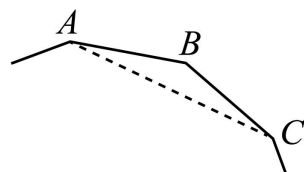
14. 如图，热气球的探测器显示，从热气球 A 处看一栋楼顶部 B 的仰角为 α ，看这栋楼底部 C 的俯角为 β ，热气球 A 处与楼的水平距离为 m 米，那么这栋楼 BC 的高度为_____米. (用含 α 、 β 、 m 的式子表示)



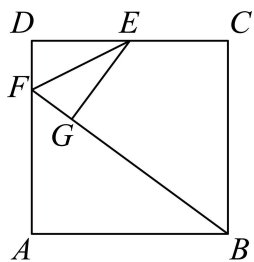
15. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，中线 AD 、 BE 相交于点 F ，设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{FE} = \vec{b}$ ，那么向量 $\overrightarrow{BC}$ 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示为_____.



16. 如图，有一幅不完整的正多边形图案，小明量得图中一边与对角线的夹角 $\angle BAC = 15^\circ$ ，那么这个正多边形的中心角是_____度.



17. 正方形 $ABCD$ 的边长为 1, E 为边 DC 的中点，点 F 在边 AD 上，将 $\angle D$ 沿直线 EF 翻折，使点 D 落在点 G 处，如果 $BG = BC$ ，那么线段 DF 的长为_____.



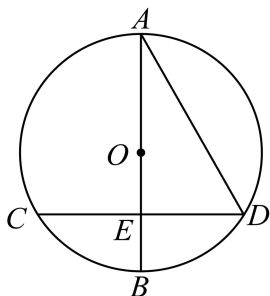
18. 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 2, BC = 4$, AC 与 BD 相交于点 O . $\odot A$ 经过点 B , 如果 $\odot O$ 与 $\odot A$ 有公共点, 且与边 CD 没有公共点, 那么 $\odot O$ 的半径长 r 的取值范围是_____.

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分) 【将下列各题的解答过程, 做在答题纸的相应位置上】

19. 计算: $\left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{2}{3}} - (2024 - \pi)^0 + \sqrt{20} + \frac{4}{\sqrt{5} - 3}$.

20. 解方程组:
$$\begin{cases} 2x + y = 21, & \textcircled{1} \\ x^2 - 2xy - 3y^2 = 0. & \textcircled{2} \end{cases}$$

21. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, AB 与 CD 相交于点 E , 弦 AD 与弦 CD 相等, 且 $\widehat{BC} = \widehat{BD}$.



(1) 求 $\angle ADC$ 的度数;

(2) 如果 $OE = 1$, 求 AD 的长.

22. 某学校计划租用 7 辆客车送 275 名师生去参加课外实践活动. 现有甲、乙两种型号的客车可供选择, 它们的载客量 (指的是每辆客车最多可载该校师生的人数) 和租金如下表. 设租用甲种型号的客车 x 辆, 租车总费用为 y 元.

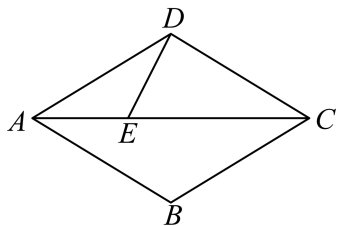
型号	载客量 (人/辆)	租金 (元/辆)
甲	45	1500
乙	33	1200

(1) 求 y 与 x 的函数解析式 (不需要写定义域);

(2) 如果使租车总费用不超过 10200 元, 一共有几种租车方案?

(3) 在 (2) 的条件下, 选择哪种租车方案最省钱? 此时租车的总费用是多少元?

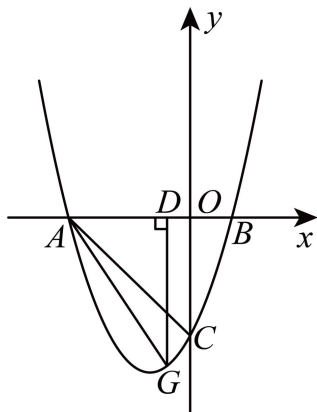
23. 已知: 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 点 E 是对角线 AC 上一点, $EA = ED$, 且 $\angle DAB = \angle DEC = \angle DCB$.



(1) 求证: 四边形 $ABCD$ 是菱形;

(2) 延长 DE 分别交线段 AB 、 CB 的延长线于点 F 、 G , 如果 $GB = BC$, 求证: $AD^2 = 2EF \cdot GD$.

24. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx - 3$ 的图像与 x 轴交于点 $A(-3, 0)$ 和点 $B(1, 0)$. 与 y 轴交于点 C , D 是线段 OA 上一点.

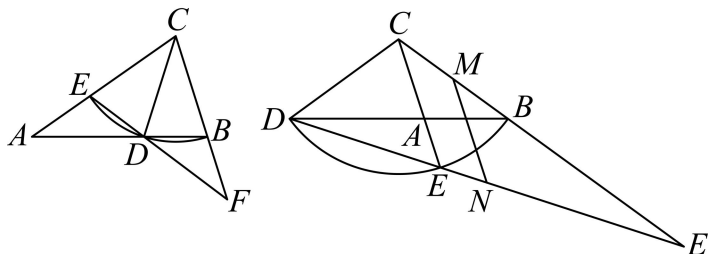


(1) 求这条抛物线的表达式和点 C 的坐标;

(2) 如图, 过点 D 作 $DG \perp x$ 轴, 交该抛物线于点 G , 当 $\angle DGA = \angle DGC$ 时, 求 $\triangle GAC$ 的面积;

(3) 点 P 为该抛物线上第三象限内一点, 当 $OD = 1$, 且 $\angle DCB + \angle PBC = 45^\circ$ 时, 求点 P 的坐标.

25. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 2$, 以 C 为圆心、 CB 为半径的弧分别与射线 BA 、射线 CA 相交于点 D 、 E , 直线 ED 与射线 CB 相交于点 F .



(1) 如图, 当点 D 在线段 AB 上时.

① 设 $\angle ABC = \alpha$, 求 $\angle BDF$; (用含 α 的式子表示)

②当 $BF = 1$ 时, 求 $\cos \angle ABC$ 的值;

(2) 如图, 当点 D 在 BA 的延长线上时, 点 M 、 N 分别为 BC 、 DF 的中点, 连接 MN , 如果 $MN \parallel CE$, 求 CB 的长.