

# 2023 学年第二学期初三数学教学质量调研试卷

(考试时间: 100 分钟 满分: 150 分)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题, 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本调研卷上答题一律无效.

2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分) 【每小题只有一个正确选项, 在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂】

1. 下列二次根式中, 最简二次根式的是 ( )

A.  $\sqrt{\frac{1}{5}}$

B.  $\sqrt{0.5}$

C.  $\sqrt{5}$

D.  $\sqrt{50}$

2. 关于一元二次方程  $x^2 + x - 3 = 0$  根的情况, 正确的是 ( )

A. 有两个相等的实数根

B. 有两个不相等的实数根

C. 有且只有一个实数根

D. 没有实数根

3. 下列函数中, 函数值  $y$  随自变量  $x$  的值增大而增大的是 ( )

A.  $y = 2x^2$

B.  $y = -\frac{2}{x}$

C.  $y = -2x$

D.  $y = 2x + 1$

4. 为了解某公司的收入水平, 随机挑选五人的月工资进行抽样调查, 月工资 (单位: 元) 分别是 3000, 4000, 5000, 6000, 50000, 那么能够较好的反映他们收入平均水平的是 ( )

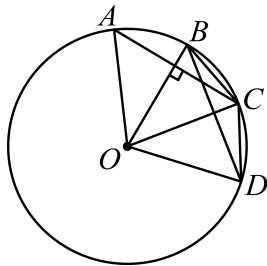
A. 中位数

B. 标准差

C. 平均数

D. 众数

5. 如图, 已知点  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  都在  $\odot O$  上,  $OB \perp AC$ ,  $BC = CD$ , 下列说法错误的是 ( )



A.  $\widehat{AB} = \widehat{BC}$

B.  $\angle AOD = 3\angle BOC$

C.  $AC = 2CD$

D.  $OC \perp BD$

6. 下列命题是假命题的是 ( )

A. 对边之和相等的平行四边形是菱形

B. 一组邻边上的高相等的平行四边形是菱形

C. 一条对角线平分一组对角，另一条对角线平分一个内角的四边形是菱形

D. 被一条对角线分割成两个等腰三角形的平行四边形是菱形

## 二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 计算:  $2^{-2} =$ \_\_\_\_\_.

8. 截至 2023 年底, 全国高铁营业里程约为 45000 公里, 这个数 45000 用科学记数法表示为\_\_\_\_\_.

9. 函数  $f(x) = \frac{2}{x-2}$  的定义域为\_\_\_\_\_.

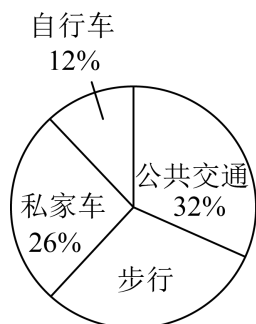
10. 方程  $\sqrt{x-1} = 3$  的解是\_\_\_\_\_.

11. 已知方程  $\frac{x}{x^2-1} + \frac{1-x^2}{3x} = 2$ , 如果设  $y = \frac{x}{x^2-1}$ , 那么原方程转化为关于  $y$  的整式方程为\_\_\_\_\_.

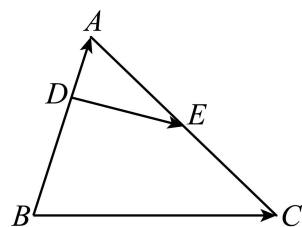
12. 如果二次函数  $y = x^2 + m$  的图象向右平移 3 个单位后经过原点, 那么  $m$  的值为\_\_\_\_\_.

13. 在 1, 2, 3 中任取两个不重复的数字组成一个两位数, 那么这个两位数是素数的概率是\_\_\_\_\_.

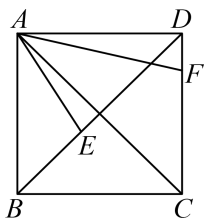
14. 为了解某校六年级 300 名学生来校的方式, 随机调查了该校六年级 50 名学生同一天来校的方式, 并绘制了如图所示的饼状图, 那么估计该校六年级 300 名学生中这一天步行来学校的共有\_\_\_\_\_名.



15. 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 点  $D$  在边  $AB$  上, 且  $BD = 2AD$ , 点  $E$  是  $AC$  的中点, 连接  $DE$ , 设向量  $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ , 如果用  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  表示  $\overrightarrow{DE}$ , 那么  $\overrightarrow{DE} =$ \_\_\_\_\_.

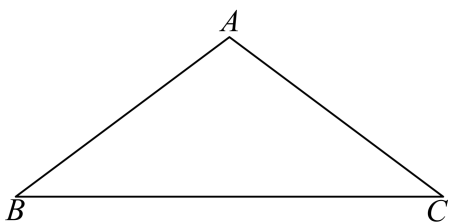


16. 如图, 正方形  $ABCD$  中, 点  $E$  在对角线  $BD$  上, 点  $F$  在边  $CD$  上 (点  $F$  不与点  $C$  重合), 且  $\angle EAF = 45^\circ$ , 那么  $\frac{CF}{BE}$  的值为\_\_\_\_\_.



17. 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC > BC$ , 将  $\triangle ABC$  绕着点  $C$  旋转, 点  $A$ 、点  $B$  的对应点分别是点  $D$ 、点  $E$ , 如果点  $A$  在  $DE$  的延长线上, 且  $CE \parallel AB$ , 那么  $\angle CAE$  的余弦值为\_\_\_\_\_.

18. 我们把以三角形的重心为圆心的圆叫做该三角形的重心圆. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC = 10$ ,  $BC = 16$ , 如果  $\triangle ABC$  的重心圆与该三角形各边的公共点一共有 4 个, 那么它的半径  $r$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

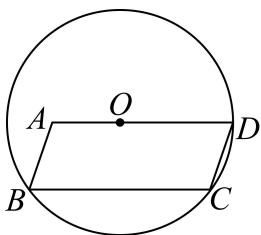


三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分) 【将下列各题的解答过程, 做在答题纸的相应位置上】

19. 计算:  $8^{\frac{1}{3}} + |\sqrt{3} - 3| - \frac{1}{2 + \sqrt{3}} + (\pi - \sqrt{2})^0$

20. 解方程组: 
$$\begin{cases} x - y = 3 \text{ ①} \\ x^2 - 5xy + 6y^2 = 0 \text{ ②} \end{cases}$$

21. 如图,  $\odot O$  经过平行四边形  $ABCD$  的顶点  $B, C, D$ , 点  $O$  在边  $AD$  上,  $AO = 3$ ,  $OD = 5$ .



(1) 求平行四边形  $ABCD$  的面积;

(2) 求  $\angle D$  的正弦值.

22. 春节期间甲乙两家商店各自推出优惠活动

| 商店 | 优惠方式                  |
|----|-----------------------|
| 甲  | 所购商品按原价打八折            |
| 乙  | 所购商品按原价每满 300 元减 80 元 |

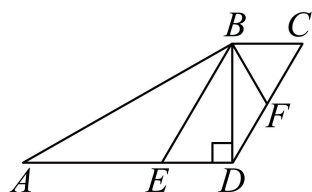
设顾客在甲乙两家商店购买商品的原价都为  $x$  元, 请根据条件回答下列问题:

(1) 如果顾客在甲商店购买商品选择优惠活动后实际付款  $y$  元, 求  $y$  关于  $x$  的函数解析式 (不必写出函数定义域);

(2) 购买原价在 500 元以下的商品时, 如果分别选择甲商店的优惠活动和乙商店的优惠活动中, 实际付款金额相等, 求  $x$  的值;

(3) 顾客购买原价在 900 元以下的商品时, 如果选择乙商店的优惠活动比选择甲商店的优惠活动更合算, 求  $x$  的取值范围.

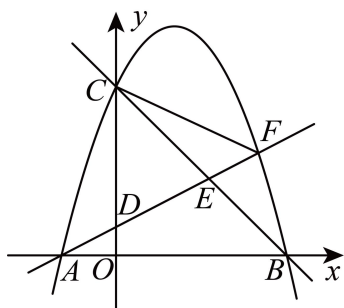
23. 已知: 在梯形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ ,  $BD \perp AD$ , 点  $E$  在边  $AD$  上 (点  $E$  不与点  $A$ 、 $D$  重合), 点  $F$  在边  $CD$  上, 且  $\angle ABD = \angle EBF = \angle C$ .



(1) 求证:  $\frac{AB}{BD} = \frac{BE}{BF}$ ;

(2) 连接  $EF$ , 与  $BD$  交于点  $G$ , 如果  $BG = EG$ , 求证: 四边形  $BEDF$  为等腰梯形.

24. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知抛物线  $y = ax^2 + 2x + c$  与  $x$  轴分别交于点  $A$ 、 $B$  (点  $A$  在点  $B$  左侧), 与  $y$  轴交于点  $C(0, 6)$ , 其对称轴为直线  $x = 2$ .



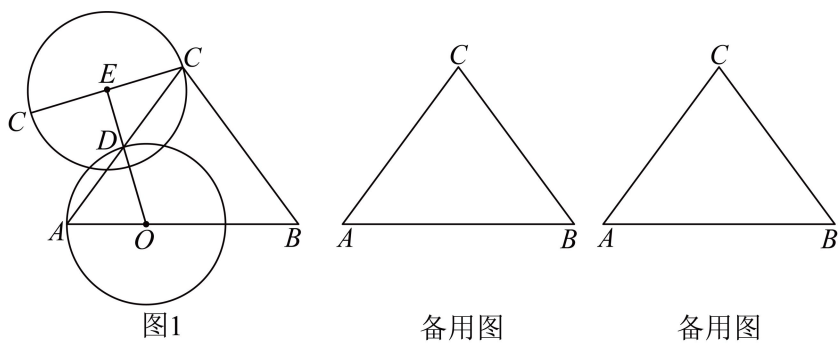
(1) 求该抛物线的表达式;

(2) 点  $F$  是上述抛物线上位于第一象限的一个动点, 直线  $AF$  分别与  $y$  轴、线段  $BC$  交于点  $D$ 、 $E$ .

①当  $CF = DF$  时, 求  $CD$  的长;

②联结  $AC$ , 如果  $\triangle ACF$  的面积是  $\triangle CDE$  面积的 3 倍, 求点  $F$  的坐标.

25. 已知在  $\triangle ABC$  中,  $CA = CB$ ,  $AB = 6$ ,  $\cos \angle CAB = \frac{3}{5}$ , 点  $O$  为边  $AB$  上一点, 以点  $O$  为圆心,  $OA$  为半径作  $\odot O$ , 交边  $AC$  于点  $D$  (点  $D$  不与点  $A$ 、 $C$  重合).



- (1) 当  $AD = 4$  时, 判断点  $B$  与  $\odot O$  的位置关系, 并说明理由;
- (2) 过点  $C$  作  $CE \perp OD$ , 交  $OD$  延长线于点  $E$ . 以点  $E$  为圆心,  $EC$  为半径作  $\odot E$ , 延长  $CE$ , 交  $\odot E$  于点  $C'$ .
- ①如图 1, 如果  $\odot O$  与  $\odot E$  的公共弦恰好经过线段  $EO$  的中点, 求  $CD$  的长;
- ②连接  $AC'$ 、 $OC$ , 如果  $AC'$  与  $\triangle BOC$  的一条边平行, 求  $\odot E$  的半径长.