

2023 学年度第二学期初三质量调研 (一) 数学学科

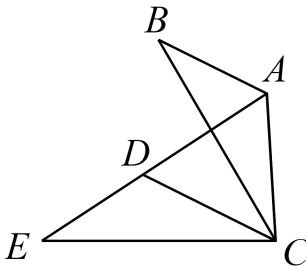
(测试时间: 100 分钟, 满分: 150 分)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题;
2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分, 下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上)

1. 下列根式中, $\sqrt{3}$ 的同类二次根式是 ()
A. $\sqrt{6}$ B. $\sqrt{30}$ C. $\sqrt{12}$ D. $\sqrt{18}$
2. 已知 $a > b$, 下列不等式成立的是 ()
A. $-a > -b$ B. $2 - a < 2 - b$ C. $2a < 2b$ D. $a - b < 0$
3. 当 $k < 0$, $b < 0$ 时, 一次函数 $y = kx + b$ 的图像不经过 ()
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
4. 已知一组数据 $a, 2, 4, 1, 6$ 的中位数是 4, 那么 a 可以是 ()
A. 0 B. 2 C. 3 D. 5
5. 下列命题中, 真命题的是 ()
A. 四条边相等的四边形是正方形 B. 四个内角相等的四边形是正方形
C. 对角线互相垂直的平行四边形是正方形 D. 对角线互相垂直的矩形是正方形
6. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB \neq AC$, $\angle BAC = 120^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 C 逆时针旋转, 点 A, B 分别落在点 D, E 处, 如果点 A, D, E 在同一直线上, 那么下列结论错误的是 ()



- A. $\angle ADC = 60^\circ$ B. $\angle ACD = 60^\circ$ C. $\angle BCD = \angle ECD$ D. $\angle BAD = \angle BCE$

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分, 请将结果直接填入答题纸的相应位置)

上)

7. 计算: $6a^3 \div 2a^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 在实数范围内因式分解 $x^2 - 3 = \underline{\hspace{2cm}}$

9. 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ 的定义域是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

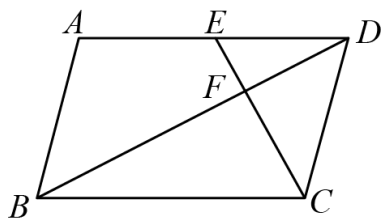
10. 若关于 x 的方程 $x^2 - 6x + k = 0$ 有两个实数根, 则 k 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. 布袋中有大小、质地完全相同的 5 个小球, 每个小球上分别标有数字 1, 2, 3, 4, 5, 如果从布袋中随机抽一个小球, 那么这个小球上的数字是合数的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

12. 已知反比例函数 $y = \frac{k-1}{x}$ 的图象在每一个象限内, y 都随 x 的增大而减小, 则 k 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

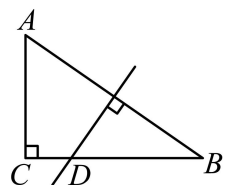
13. 根据上海市统计局数据, 上海市 2021 年的地区生产总值约是 4.32 万亿, 2023 年的地区生产总值约是 4.72 万亿, 设这两年上海市地区生产总值的年平均增长率都为 x , 根据题意可列方程 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, E 是边 AD 的中点, CE 与对角线 BD 相交于点 F , 设向量 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, 向量 $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 那么向量 $\overrightarrow{BF} = \underline{\hspace{2cm}}$. (用含 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的式子表示)

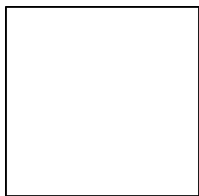


15. 近年来越来越多的“社区食堂”出现在街头巷尾, 它们是城市服务不断丰富的缩影. 已知某社区食堂推出了 15 元、18 元、20 元三种价格的套餐, 每人限购一份. 据统计, 3 月 16 日该食堂销售套餐共计 160 份, 其中 15 元的占总份数的 40%, 18 元的卖出 40 份, 其余均为 20 元, 那么食堂这一天卖出一份套餐的平均价格是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 元.

16. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, AB 的垂直平分线交边 BC 于点 D , 如果 $BD = 4CD$, 那么 $\tan B = \underline{\hspace{2cm}}$.



17. 如图, 已知一张正方形纸片的边长为 6 厘米, 将这个正方形纸片剪去四个角后成为一个正八边形, 那么这个正八边形的边长是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 厘米.



18. 已知矩形 $ABCD$ 中, $AB = 5$, 以 AD 为半径的圆 A 和以 CD 为半径的圆 C 相交于点 D 、 E , 如果点 E 到直线 BC 的距离不超过 3, 设 AD 的长度为 m , 则 m 的取值范围是_____.

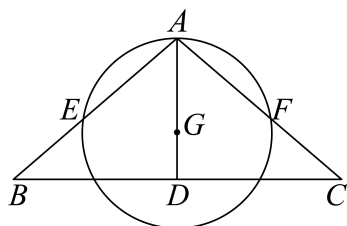
三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 计算: $(\sqrt{3}-1)^{-1} + \left(-\frac{1}{3}\right)^0 - 27^{\frac{1}{2}} + |1-\sqrt{3}|$.

20. 解方程组:
$$\begin{cases} x+2y=12 \\ x^2-4xy+4y^2-4=0 \end{cases}$$

21. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 9$, $\cos B = \frac{\sqrt{5}}{3}$, 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 延长 AG 交边 BC 于

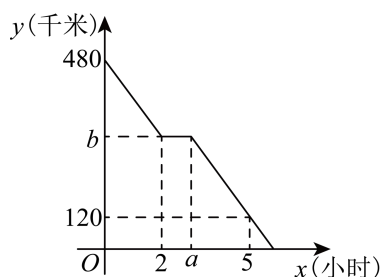
点 D , 以 G 为圆心, GA 为半径的圆分别交边 AB 、 AC 于点 E 、 F .



(1) 求 AG 的长;

(2) 求 BE 的长.

22. 寒假期间, 小华一家驾车去某地旅游, 早上 6:00 点出发, 以 80 千米/小时的速度匀速行驶一段时间后, 途经一个服务区休息了 1 小时, 再次出发时提高了车速. 如图, 这是她们离目的地的路程 y (千米) 与所用时间 x (小时) 的函数图像.



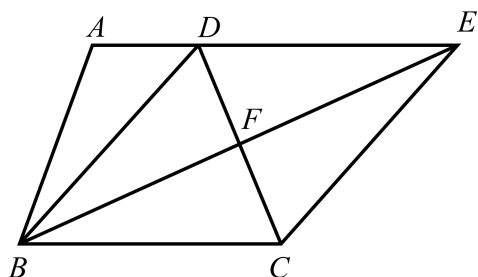
根据图像提供的信息回答下列问题:

(1) 图中的 $a =$ _____, $b =$ _____;

(2) 求提速后 y 关于 x 的函数解析式 (不用写出定义域);

(3) 她们能否在中午 12:30 之前到达目的地? 请说明理由.

23. 已知：如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB = CD$ ， $BD = BC$ ， $\angle DBC$ 的平分线交 AD 延长线于点 E ，交 CD 于点 F 。



(1) 求证：四边形 $BCED$ 是菱形；

(2) 连接 AC 交 BF 于点 G ，如果 $AC \perp CE$ ，求证： $AB^2 = AG \cdot AC$ 。

24. 定义：我们把平面内经过已知直线外一点并且与这条直线相切的圆叫做这个点与已知直线的点切圆。如图 1，已知直线 l 外有一点 H ，圆 Q 经过点 H 且与直线 l 相切，则称圆 Q 是点 H 与直线 l 的点切圆。阅读以上材料，解决问题：

已知直线 OA 外有一点 P ， $PA \perp OA$ ， $OA = 4$ ， $AP = 2$ ，圆 M 是点 P 与直线 OA 的点切圆。

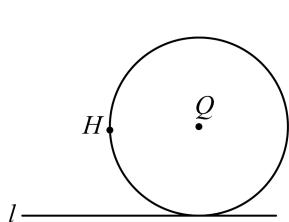


图1

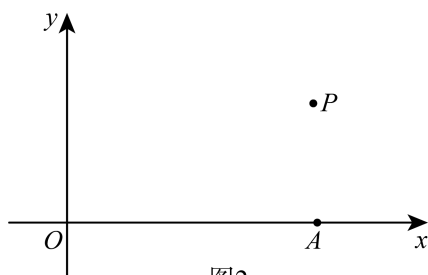


图2

(1) 如果圆心 M 在线段 OP 上，那么圆 M 的半径长是_____ (直接写出答案)。

(2) 如图 2，以 O 为坐标原点、 OA 为 x 轴的正半轴建立平面直角坐标系 xOy ，点 P 在第一象限，设圆心 M 的坐标是 (x, y) 。

①求 y 关于 x 的函数解析式；

②点 B 是①中所求函数图象上的一点，连接 BP 并延长交此函数图象于另一点 C 。如果 $CP:BP = 1:4$ ，求点 B 的坐标。

25. 已知以 AB 为直径的半圆 O 上有一点 C ， $CD \perp OA$ ，垂足为点 D ，点 E 是半径 OC 上一点 (不与点 O 、 C 重合)，作 $EF \perp OC$ 交弧 BC 于点 F ，连接 OF 。

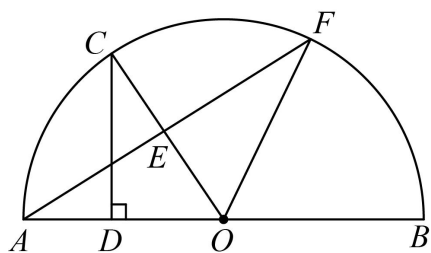


图 1

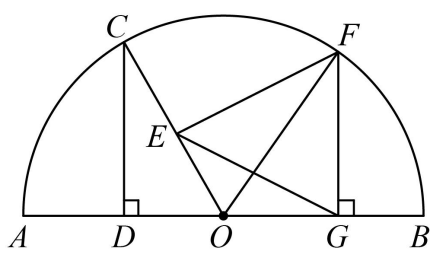


图 2

(1) 如图1，当 FE 的延长线经过点 A 时，求 $\frac{CD}{AF}$ 的值；

(2) 如图2，作 $FG \perp AB$ ，垂足为点 G ，连接 EG 。

① 试判断 EG 与 CD 的大小关系，并证明你的结论；

② 当 $\triangle EFG$ 是等腰三角形，且 $\sin \angle COD = \frac{4}{5}$ ，求 $\frac{OE}{OD}$ 的值。