

黄浦区 2023 年九年级学业水平考试模拟考数学试卷

(满分 150 分, 考试时间 100 分钟)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题;
2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

(下列各题的四个选项中, 有且只有一个是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上)

1. 下列各数中, 最小的数是 ()

- A. 0 B. -2 C. 1 D. $-\sqrt{3}$

2. 下列轴对称图形中, 对称轴条数最多的是 ()

- A. 等边三角形 B. 菱形 C. 等腰梯形 D. 圆

3. 设 a 是一个不为零的实数, 下列式子中, 一定成立的是 ()

- A. $3-a > 2-a$ B. $3a > 2a$ C. $-3a > -2a$ D. $\frac{3}{a} > \frac{2}{a}$

4. 某校为了解学生在假期阅读课外书籍的情况, 将调查所得的 50 个数据整理成下表:

课外书籍 (本)	1	2	3	4	5
人数 (人)	10	10	20	5	5

对于这组数据, 下列判断中, 正确的是 ()

- A. 众数和平均数相等 B. 中位数和平均数相等
C. 中位数和众数相等 D. 中位数、众数和平均数都相等

5. “利用描点法画出函数图像, 探究函数的一些简单性质” 是初中阶段研究函数的主要方式, 请试着探究函数 $y = -x^3$, 其图像经过 ()

- A. 第一、二象限 B. 第三、四象限
C. 第一、三象限 D. 第二、四象限

6. 要检验一个四边形的桌面是矩形, 可行的测量方案是 ()

- A. 任选两个角，测量它们的角度；
B. 测量四条边的长度；
C. 测量两条对角线的长度；
D. 测量两条对角线的交点到四个顶点的距离.

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. 冬季某日中午 12 时的气温是 3°C ，经过 10 小时后气温下降 8°C ，那么该时刻的气温是_____ $^{\circ}\text{C}$.

8. 计算： $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. 已知 $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ ，那么 $f(-1) = \underline{\hspace{2cm}}$.

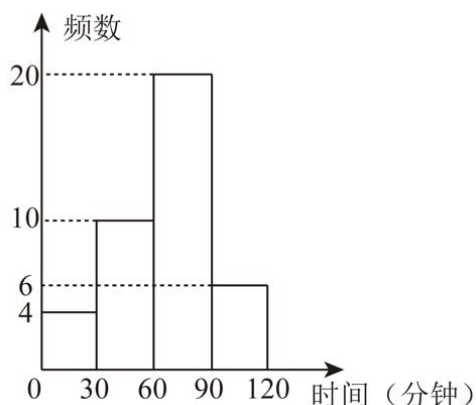
10. 已知关于 x 的方程 $x^2 - 3x + k = 0$ 无实数根，那么 k 的取值范围是_____.

11. 小聪和小明两个同学玩“石头、剪刀、布”的游戏，随机出手一次是平局的概率是_____.

12. 已知某反比例函数的图像在其所在的每个象限内， y 的值随 x 的值增大而增大，那么这个反比例函数可以是_____。（只需写出一个）

13. 已知一次函数的图像经过点 $(1, 3)$ ，且与直线 $y = 2x + 6$ 平行，那么这个一次函数的解析式是_____.

14. 某学校为了解七年级学生某天书面作业完成时间的情况，从该校七年级学生中随机抽取 40 人进行调查，调查结果绘制成如图所示的频数分布直方图（每个小组包括最小值，不包括最大值）. 根据图中信息，该校七年级 200 名学生中，这一天书面作业完成时间少于 90 分钟的约有_____人.

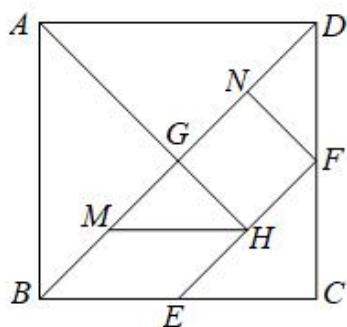


15. 已知点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心，设 $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$ ，那么 $\overrightarrow{CG}$ 用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 可表示为_____.

16. 在直角坐标平面内，已知点 $A(1, -3)$ ， $B(4, -1)$ ，将线段 AB 平移得到线段 A_1B_1 （点 A 的对应点是点 A_1 ，点 B 的对应点是点 B_1 ），如果点 A_1 坐标是 $(-2, 0)$ ，那么点 B_1 的坐标是_____.

17. 七巧板是中国传统智力玩具，现用以下方法制作一副七巧板：如图所示，取一张边长为 20 厘米的正方形纸板，联结对角线 BD ；分别取 BC 、 CD 中点 E 、 F ，联结 EF ；过点 A 作 EF 垂线，分别交 BD 、 EF 于 G 、 H 两点；分别取 BG 、 DG 中点 M 、 N ，联结 MH 、 NF ，沿图中实线剪开即可得到一副七巧板. 其中

四边形 $G H F N$ 的面积是_____平方厘米.



18. 我们规定：在四边形 $A B C D$ 中， O 是边 $B C$ 上的一点. 如果 $\triangle O A B$ 与 $\triangle O C D$ 全等，那么点 O 叫做该四边形的“等形点”. 在四边形 $E F G H$ 中， $\angle E F G = 90^\circ$ ， $E F \parallel G H$ ， $E F = 1$ ， $F G = 3$ ，如果该四边形的“等形点”在边 $F G$ 上，那么四边形 $E F G H$ 的周长是_____.

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. 计算： $\left(\frac{x+2}{x-3} - \frac{8x}{x^2-x-6}\right) \div \frac{x-2}{x+2}$.

20. 解方程组：
$$\begin{cases} x^2 - 2y^2 - y = -1 \textcircled{1} \\ x - y = 1 \textcircled{2} \end{cases}$$

21. 小丽与妈妈去商场购物，商场正在进行打折促销，规则如下：

优惠活动一：任选两件商品，第二件半价（两件商品价格不同时，低价商品享受折扣）；

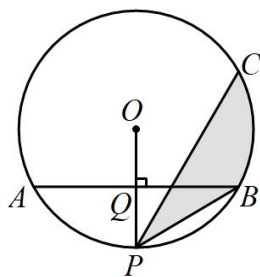
优惠活动二：所有商品打八折.

（两种优惠活动不能同享）

（1）如果小丽的妈妈看中一件价格 600 元的衣服和一双 500 元的鞋子，那么她选择哪个优惠活动会更划算？请通过计算说明；

（2）如果小丽的妈妈想将之前看中的鞋子换成一条裤子，当裤子价格（裤子价格低于衣服价格）低于多少元时，小丽会推荐妈妈选择优惠活动二？为什么？

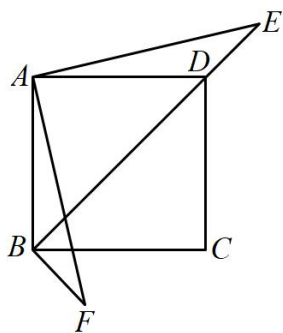
22. 已知，如图， $\odot O$ 的半径为 2，半径 $O P$ 被弦 $A B$ 垂直平分，交点为 Q ，点 C 在圆上，且 $\widehat{B C} = \widehat{B P}$.



（1）求弦 $A B$ 的长；

（2）求图中阴影部分面积（结果保留 π ）.

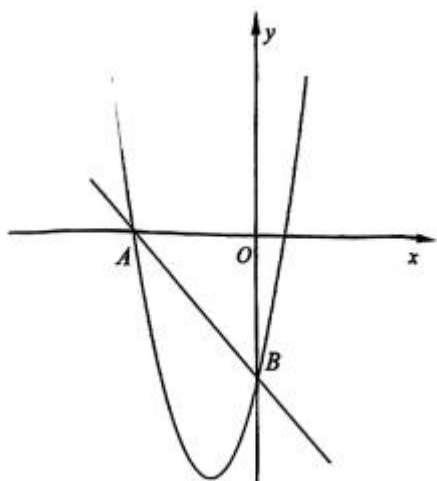
23. 已知：如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E 在对角线 BD 的延长线上，作 $AF \perp AE$ ，且 $AF = AE$ ，连接 BF 。



(1) 求证： $BF = DE$ ；

(2) 延长 AB 交射线 EF 于点 G ，求证： $\frac{BF}{FG} = \frac{AD}{AE}$ 。

24. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = -x - 4$ 与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 、 B ，抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过点 A 、 B 。

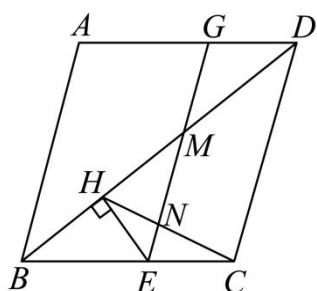


(1) 求抛物线的表达式；

(2) 设抛物线与 x 轴的另一个交点为 C ，点 P 是 $\triangle ABC$ 的外接圆的圆心，求点 P 坐标；

(3) 点 D 坐标是 $(0, 4)$ ，点 M 、 N 在抛物线上，且四边形 $MBND$ 是平行四边形，求线段 MN 的长。

25. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $BC = 10$ ， E 是边 BC 上一点，过点 E 作 $EH \perp BD$ ，垂足为点 H ，点 G 在边 AD 上，且 $GD = CE$ ，联结 GE ，分别交 BD 、 CH 于点 M 、 N 。



(1) 已知 $\sin \angle DBC = \frac{3}{5}$,

①当 $EC = 4$ 时, 求 $\triangle BCH$ 的面积;

②以点 H 为圆心, HM 为半径作圆 H , 以点 C 为圆心, 半径为 1 作圆 C , 圆 H 与圆 C 有且仅有一个公共点, 求 CE 的值;

(2) 延长 AH 交边 BC 于点 P , 当设 $CE = x$, 请用含 x 的代数式表示 $\frac{HP}{CN}$ 的值.

