

# 静安区学科质量监测

## 九年级数学试卷

(满分 150 分, 用卷时间 100 分钟)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题;

2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;

3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. 化简  $(-x^3)^2$  的结果是 ( )

- A.  $-x^6$                       B.  $-x^5$                       C.  $x^6$                       D.  $x^5$

2. 下列无理数中, 在  $-2$  与  $0$  之间的数是 ( )

- A.  $-1-\sqrt{2}$                       B.  $1-\sqrt{2}$                       C.  $-1+\sqrt{2}$                       D.  $1+\sqrt{2}$

3. 下列关于 9 的算术平方根的说法正确的是 ( )

- A. 9 的算术平方根是 3 与  $-3$                       B. 9 的算术平方根是  $-3$   
C. 9 的算术平方根是 3                      D. 9 的算术平方根不存在

4. 甲、乙两名射击运动员分别进行了相同次数的射击训练, 如果将甲、乙两人射击环数的平均数分别记作  $\overline{x_{\text{甲}}}$  和  $\overline{x_{\text{乙}}}$ , 方差分别记作  $S_{\text{甲}}^2$  和  $S_{\text{乙}}^2$ , 那么下列描述能说明甲运动员成绩较好且更稳定的是 ( )

- A.  $\overline{x_{\text{甲}}} > \overline{x_{\text{乙}}}$  且  $S_{\text{甲}}^2 < S_{\text{乙}}^2$                       B.  $\overline{x_{\text{甲}}} > \overline{x_{\text{乙}}}$  且  $S_{\text{甲}}^2 > S_{\text{乙}}^2$   
C.  $\overline{x_{\text{甲}}} < \overline{x_{\text{乙}}}$  且  $S_{\text{甲}}^2 < S_{\text{乙}}^2$                       D.  $\overline{x_{\text{甲}}} < \overline{x_{\text{乙}}}$  且  $S_{\text{甲}}^2 > S_{\text{乙}}^2$

5. 某种型号油电混合动力汽车计划从甲地开往乙地, 如果纯用电行驶, 则电费为 25 元, 如果纯燃油行驶, 则燃油费为 75 元. 已知每行驶 1 千米, 纯燃油费用比纯用电费用多 0.6 元. 如果设每行驶 1 千米纯用电的费用为  $x$  元, 那么下列方程正确的是 ( )

- A.  $\frac{75}{x-0.6} = \frac{25}{x}$                       B.  $\frac{75}{x} = \frac{25}{x-0.6}$                       C.  $\frac{75}{x} = \frac{25}{x+0.6}$                       D.  $\frac{75}{x+0.6} = \frac{25}{x}$

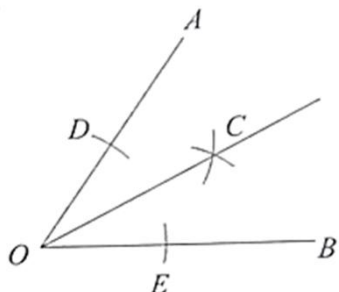
6. 下面是“作  $\angle AOB$  的平分线”的尺规作图过程:

①在  $OA$ 、 $OB$  上分别截取  $OD$ 、 $OE$ ，使  $OD = OE$ ；

②分别以点  $D$ 、 $E$  为圆心，以大于  $\frac{1}{2}DE$  的同一长度为半径作弧，两弧交于  $\angle AOB$  内的一点  $C$ ；

③作射线  $OC$ 。

$OC$  就是所求作的角的平分线。



该尺规作图可直接利用三角形全等说明，其中三角形全等的依据是（ ）

- A. 三边对应相等的两个三角形全等
- B. 两边及它们的夹角对应相等的两个三角形全等
- C. 两角及它们的夹边对应相等的两个三角形全等
- D. 两角及其中一个角的对边对应相等的两个三角形全等

## 二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7.  $\frac{1}{5}$  的倒数是\_\_\_\_\_。

8. 计算： $(a-b)^2 + 2b^2 =$ \_\_\_\_\_。

9. 已知  $f(x) = x^{-1}$ ，那么  $f(\sqrt{3}) =$ \_\_\_\_\_。

10. 方程  $\sqrt{2x-1} = x$  的解是\_\_\_\_\_。

11. 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 3x + k = 0$  有两个不相等的实数根，则  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

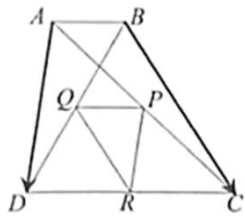
12. 我国明代珠算家程大位的名著《直指算法统宗》里有一道著名的算术题：“一百馒头一百僧，大僧三个更无争，小僧三人分一个，大小和尚各几丁？”其意思就是：100 个和尚分 100 个馒头，正好分完，其中，大和尚一人分 3 个，小和尚三人分 1 个。那么大和尚有\_\_\_\_\_人。

13. 毕业典礼上，李明、王红、张立 3 位同学合影留念，3 人随机站成一排，那么王红恰好站在中间的概率是\_\_\_\_\_。

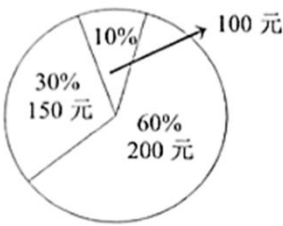
14. 已知半径分别是 2 和 6 的两圆的圆心距为 6，那么这两个圆有\_\_\_\_\_个公共点。

15. 如图，已知四边形  $ABCD$  中，点  $P$ 、 $Q$ 、 $R$  分别是对角线  $AC$ 、 $BD$  和边  $CD$  的中点。如果设  $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$ ，

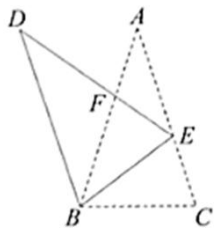
$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$ ，那么向量  $PQ=$ \_\_\_\_\_ (用向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  表示).



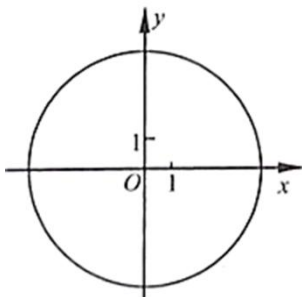
16. 某旅游风景区为满足不同游客的需求，推出了 100、150、200（单位：元）三种价格的套票. 景区统计了这三种套票一年的销售情况，并将销售量数据绘制成扇形统计图（如图所示）. 那么这一年销售的套票的平均价格是\_\_\_\_\_元.



17. 如图，在  $\triangle ABC$  中，  $AB=AC$ ，将  $\triangle ABC$  绕着点  $B$  旋转后，点  $C$  落在  $AC$  边上的点  $E$  处，点  $A$  落在点  $D$  处，  $DE$  与  $AB$  相交于点  $F$ ，如果  $BE=BF$ ，那么  $\angle DBC$  的大小是\_\_\_\_\_.



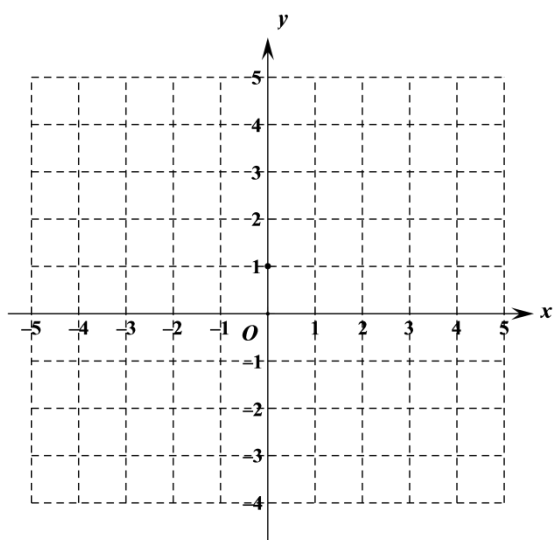
18. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，我们定义点  $A(x,y)$  的“关联点”为  $B(x+y,x-y)$ . 如果已知点  $A$  在直线  $y=x+3$  上，点  $B$  在  $\odot O$  的内部，  $\odot O$  的半径长为  $3\sqrt{2}$ （如图所示），那么点  $A$  的横坐标  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.



三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. 化简求值：  $\frac{x^2-4x+4}{x^2-x}\div\left(\frac{2x-2}{x}-1\right)$ ，其中  $x=\sqrt[3]{-8}$ .

20. 已知反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图像经过点  $(-1, 4)$ .



(1) 求  $k$  的值;

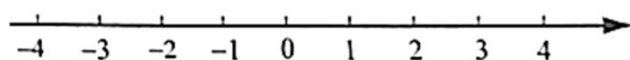
(2) 完成下面的解答过程.

解不等式组  $\begin{cases} x+3 > 1 \text{ ①} \\ \frac{k}{x} > 1 \text{ ②} \end{cases}$

解: 解不等式①, 得\_\_\_\_\_;

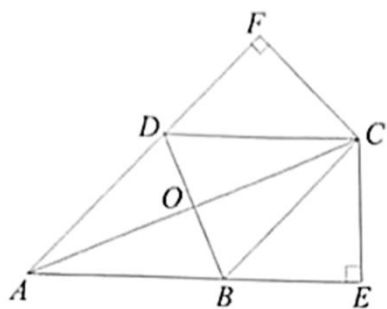
在方格中画出反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的大致图像, 根据图像写出不等式②的解集是\_\_\_\_\_;

把不等式①和②的解集在数轴上表示出来;



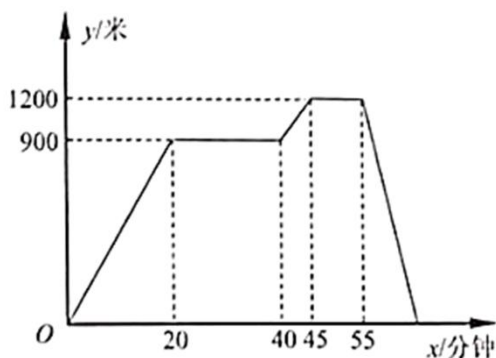
从图中可以找出这两个不等式解集的公共部分, 得到原不等式组的解集是\_\_\_\_\_.

21. 如图, 已知  $CE$ 、 $CF$  分别是平行四边形  $ABCD$  的边  $AB$ 、 $AD$  上的高, 对角线  $AC$ 、 $BD$  相交于点  $O$ , 且  $CE = CF$ .



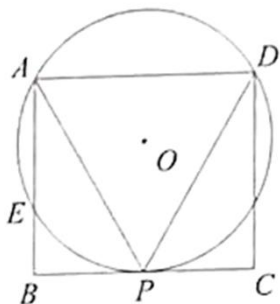
- (1) 求证：四边形  $ABCD$  是菱形；
- (2) 当  $AB:BE = 3:2$ ， $CE = 5$  时，求  $\angle CAE$  的余切值.

22. 已知小明家、街心公园、超市依次在同一直线上，小明家与街心公园相距 900 米，小明家与超市相距 1200 米. 小明和妈妈从家里出发，匀速步行了 20 分钟到达街心公园；两人在公园停留 20 分钟后，妈妈按原来相同的速度匀速步行返回家，小明则匀速步行 5 分钟到达超市购买文具用品，停留 10 分钟后，匀速骑自行车返回家，发现妈妈比他早到家 10 分钟. 如图反映了这个过程中小明离开家的距离  $y$  (米) 与离开家的时间  $x$  (分钟) 的对应关系，请根据相关信息，解答下列问题：

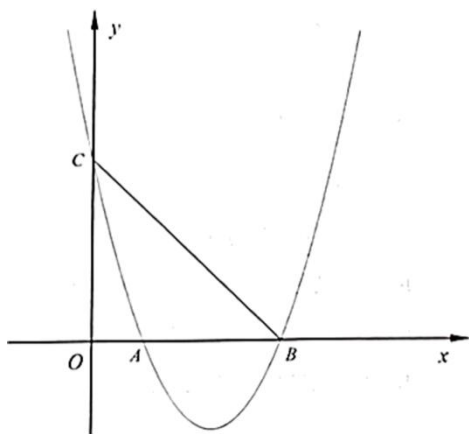


- (1) 小明从家到街心公园的速度为\_\_\_\_\_ (米/分)；
- (2) 小明从街心公园到超市的速度为\_\_\_\_\_ (米/分)；
- (3) 小明从超市骑车返回家时，求他离开家的距离  $y$  (米) 与离开家的时间  $x$  (分钟) 的函数解析式，并写出  $x$  的取值范围.

23. 如图，在矩形  $ABCD$  中，点  $P$  是边  $BC$  的中点， $\odot O$  是  $\triangle PAD$  的外接圆， $\odot O$  交边  $AB$  于点  $E$ .



- (1) 求证：  $PA = PD$ ；
- (2) 当  $AE$  是以点  $O$  为中心的正六边形的一边时，求证：  $\widehat{AE} = \widehat{EP}$ .
24. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，抛物线  $y = ax^2 - 4x + c$  ( $a \neq 0$ ) 与  $x$  轴分别交于点  $A(1,0)$ 、点  $B(3,0)$ ，与  $y$  轴交于点  $C$ ，连接  $BC$ ，点  $P$  在线段  $BC$  上，设点  $P$  的横坐标为  $m$ .



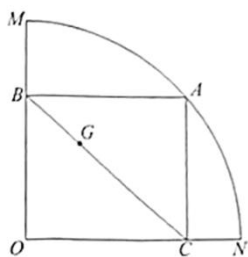
(1) 求直线  $BC$  的表达式;

(2) 如果以  $P$  为顶点的新抛物线经过原点, 且与  $x$  轴的另一个交点为  $D$ :

①求新抛物线的表达式 (用含  $m$  的式子表示), 并写出  $m$  的取值范围;

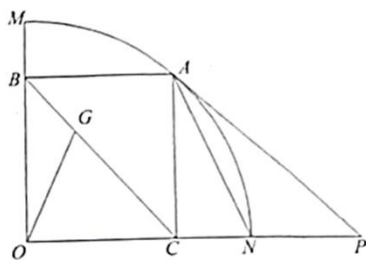
②过点  $P$  向  $x$  轴作垂线, 交原抛物线于点  $E$ , 当四边形  $AEDP$  是一个轴对称图形时, 求新抛物线的表达式.

25. 如图, 扇形  $MON$  的半径为  $r$ , 圆心角  $\angle MON = 90^\circ$ , 点  $A$  是  $\widehat{MN}$  上的动点 (点  $A$  不与点  $M$ 、 $N$  重合), 点  $B$ 、 $C$  分别在半径  $OM$ 、 $ON$  上, 四边形  $ABOC$  为矩形, 点  $G$  在线段  $BC$  上, 且  $CG = 2BG$ .



(1) 求证:  $CG = \frac{2}{3}r$ ;

(2) 如图, 以  $A$  为顶点、 $AC$  为一边, 作  $\angle CAP = \angle BCO$ , 射线  $AP$  交射线  $ON$  于点  $P$ , 联结  $AN$ ,  $OG$ .



①当  $\angle BGO = \angle ANP$  时, 求  $\triangle OBG$  与  $\triangle ANP$  的面积之比;

②把  $\triangle OGB$  沿直线  $OG$  翻折后记作  $\triangle OGB'$ , 当  $OB' \perp BC$  时, 求  $\angle P$  的正切值.

