

2022 学年第二学期期中学情诊断

初三数学 试卷

(满分 150 分, 考试时间 100 分钟) 2023. 04

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题;
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每题 4 分, 满分 24 分)

1. -6 的相反数为 ()

- A. $\frac{1}{6}$ B. 6 C. ± 6 D. $-\frac{1}{6}$

2. 单项式 $-8ab^2$ 的系数是 ()

- A. -8 B. 2 C. 3 D. 8

3. 下表是世界卫生组织统计的 5 种新冠疫苗对新冠病毒防御的有效率的数据统计表, 那么这 5 种疫苗对新冠病毒防御的有效率的中位数是()

疫苗名称	克尔来福	阿斯利康	莫德纳	辉瑞	卫星 V
有效率	79.2%	75.9%	95.0%	95.0%	92.3%

- A. 75.9% B. 79.2% C. 95.0% D. 92.3%

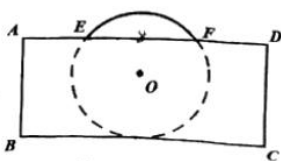
4. 已知函数 $y = kx$ ($k \neq 0$, k 为常数) 的函数值 y 随 x 值的增大而减小, 那么这个函数图像可能经过的点是()

- A. $(0.5, 1)$ B. $(2, 1)$ C. $(-2, 4)$ D. $(-2, -2)$

5. 下列图形中, 是中心对称图形且旋转 240° 后能与自身重合的图形是()

- A. 等边三角形 B. 正方形 C. 正八边形 D. 正十二边形

6. 把球放在长方体纸盒内, 球的一部分露出盒外, 其截面如图所示, 已知 $EF = CD = 8$, 那么球的半径长是()



A. 4

B. 5

C. 6

D. 8

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 计算 $x^2 \cdot x^7 =$ _____.

8. 已知 $f(x) = \sqrt{x-1}$, 那么 $f(5) =$ _____.

9. 因式分解: $a^3 - a =$ _____.

10. 分式方程 $\frac{x^2}{x-1} + \frac{1}{1-x} = 0$ 的解是 _____.

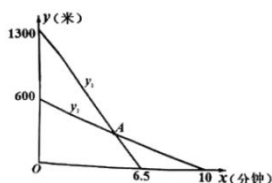
11. 不等式组 $\begin{cases} 3x-2 < x \\ \frac{x}{2} \leq x+1 \end{cases}$ 的解集是 _____.

12. 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 1$ 在 y 轴的右侧呈 _____ 趋势 (填 “上升” 或者 “下降”).

13. 已知关于 x 的方程 $x^2 + 3x + m = 0$ 有两个相等的实数根, 则 m 的值为 _____.

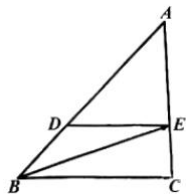
14. 一个不透明的袋中装有除颜色外大小形状都相同的三种球, 其中红球、黄球、黑球的个数之比为 5:3:2. 从袋子中任意摸出 1 个球, 结果是红球的概率为 _____.

15. 小明和小亮的家分别位于新华书店东、西两边, 他们相约同时从家出发到新华书店购书, 小明骑车、小亮步行, 小明、小亮离新华书店的距离 y_1 (米)、 y_2 (米) 与时间 x (分钟) 之间的关系如图所示, 在途中, 当小明、小亮离书店的距离相同时, 那么他们所用的时间是 _____ 分钟.

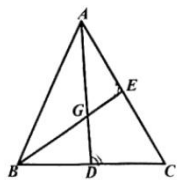


16. 如图, 已知 D 、 E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 上的点, 且 $DE \parallel BC$, 联结 BE , 如果 $\overrightarrow{AC} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$,

当 $\frac{AD}{AB} = \frac{2}{3}$ 时, 那么 $\overrightarrow{BE} =$ _____. (用含 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的式子表示)



17. 如图, 已知 AD 、 BE 是 $\triangle ABC$ 的中线, AD 和 BE 交于点 G , 当 $\angle AEG = \angle ADC$ 时, 那么 $\frac{AC}{AD}$ 的值等于 _____.



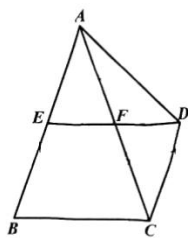
18. 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 3$, $\tan C = \frac{3}{4}$, 点 D 是线段 BC 上的动点, 点 E 在线段 AC 上, 如果点 E 关于直线 AD 对称的点 F 恰好落在线段 BC 上, 那么 CE 的最大值为_____.

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 计算: $(2023 - \pi)^0 + \left(\frac{\sqrt{3} + 1}{2}\right)^{-1} - 27^{\frac{1}{3}} + |\sqrt{3} - 2|$.

20. 解方程组:
$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x^2 - 2xy + y^2 = 4 \end{cases}$$

21. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 6$, $BC = 4$, 点 E 、 F 分别是 AB 、 AC 的中点, 过点 C 作 $CD \parallel AB$ 交 EF 的延长线于点 D , 连接 AD .

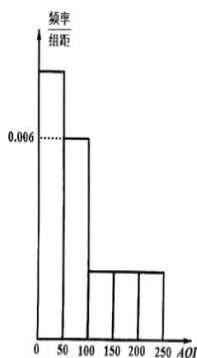


- (1) 求 $\angle B$ 的正弦值;
- (2) 求线段 AD 的长.
22. 空气质量指数 (Air Quality Index, 缩写 AQI) 是定量描述空气状况的非线性无量纲指数. 其数值越大、级别和类别越高, 说明空气污染状况越严重, 对人体的健康危害也就越大, 适用于表示某地区的短期空气质量状况和变化趋势. (空气污染指数为 0~50 是优; 空气污染指数为 50~100 是良好; 空气污染指数为 100~150 是轻度污染; 空气污染指数为 150~200 是中度污染; 空气污染指数为 200~250 是重度污染.)

如图表示的是某地区 2022 年 11 月份 30 天日均 AQI 指数的频率分布直方图.

空气质量指数 (AQI)	0~50	50~100	100~150	150~200	200~250
天数	a	b	3	3	3
频率	c	d	0.1	0.1	0.1

(注: 每组数据可含最高值, 不含最低值)

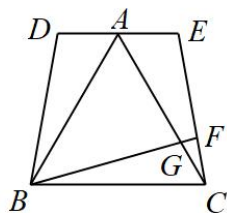


(1) 请你根据上述频率分布直方图及表格完成下面的填空:

这个地区 11 月份空气为轻度污染的天数是_____天. $a =$ _____; $b =$ _____; $c =$ _____;
 $d =$ _____.

(2) 为了进一步改善生活环境和空气质量, 提高人民的生活质量, 当地政府计划从 2023 年开始增加绿化面积. 已知 2022 年底该地区的绿化面积为 20 万亩, 如果到 2024 年底, 该地区的绿化面积比为 2022 年的绿化面积增加了 50%, 假设这两年绿化面积的年增长率相同, 求这两年中绿化面积每年的增长率 (精确到 0.01) (参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{5} \approx 2.236$, $\sqrt{6} \approx 2.449$)

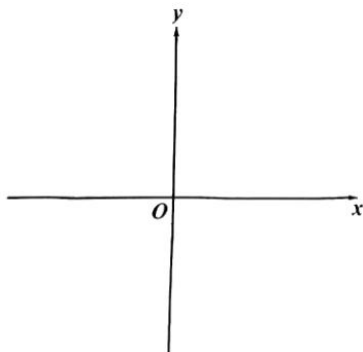
23. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 过点 A 作 $DE \parallel BC$ ($DE < BC$), 且 $DA = EA$, 联结 BD 、 CE .



(1) 求证: 四边形 $DBCE$ 是等腰梯形;

(2) 点 F 在腰 CE 上, 联结 BF 交 AC 于点 G , 若 $CF^2 = GF \cdot BF$, 求证: $CG = \frac{1}{2}DE$.

24. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 经过点 $A(-2, 0)$ 和点 $B(6, 8)$, 直线 AB 与 y 轴交于点 C , 与抛物线的对称轴直线 l 交于点 D .

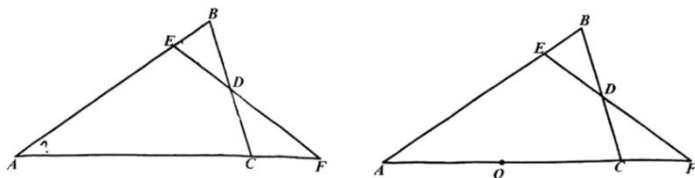


(1) 求抛物线的表达式及对称轴;

(2) 如果该抛物线平移后经过点 C ，其顶点 P 在原抛物线上，且点 P 在直线 l 的右侧，求点 P 的坐标；

(3) 点 E 在直线 l 上，若 $\tan \angle ABE = \frac{1}{3}$ ，求点 E 的坐标.

25. 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 D 是边 BC 中点，在边 AB 上取一点 E ，使得 $DE = DB$ ，延长 ED 交 AC 延长线于点 F .



(1) 求证： $\angle A = \angle CDF$ ；

(2) 设 AC 的中点为点 O ，

①如果 CD 为经过 A 、 C 、 D 三点的圆的一条弦，当弦 CD 恰好是正十边形的一条边时，求 $CF : AC$ 的值；

② $\odot M$ 经过 C 、 D 两点，联结 OM 、 MF ，当 $\angle OFM = 90^\circ$ ， $AC = 10$ ， $\tan A = \frac{3}{4}$ 时，求 $\odot M$ 的半径长.

