

杨浦区 2022 学年度第二学期初三质量调研 (二)

数学试卷

(满分 150 分, 考试时间 100 分钟)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题;

2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;

3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 下列各数中, 无理数是 ()

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{22}{7}$ C. $\sqrt{4}$ D. 0.101001000

2. 下列计算中, 正确的是 ()

- A. $a^3 + a^3 = 2a^6$ B. $(a^3)^3 = a^6$ C. $a^3 \cdot a = a^4$ D. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$

3. 下列各统计量中, 表示一组数据波动程度的量是 ()

- A. 方差 B. 众数 C. 平均数 D. 频数

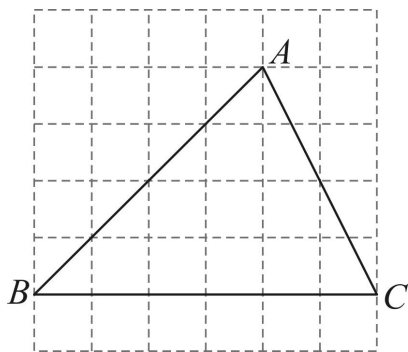
4. 平面直角坐标系 xOy 中, 若点 $A(x_1, 2)$ 和 $B(x_2, 4)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 图像上, 则下列关系式正确的是 ()

- A. $x_1 > x_2 > 0$ B. $x_2 > x_1 > 0$ C. $x_1 < x_2 < 0$ D. $x_2 < x_1 < 0$

5. 下列图形中, 是中心对称但不是轴对称的图形是 ()

- A. 角 B. 平行四边形 C. 等腰梯形 D. 正五边形

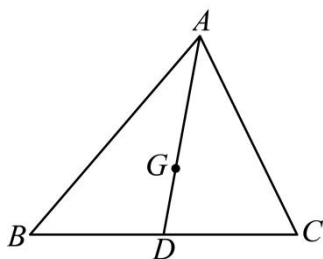
6. 新定义: 由边长为 1 的小正方形构成的网格图中, 每个小正方形的顶点称为格点, 顶点都在格点上的三角形称为格点三角形. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 是 6×6 的网格图中的格点三角形, 那么该网格中所有与 $\triangle ABC$ 相似且有一个公共角的格点三角形的个数是 ()



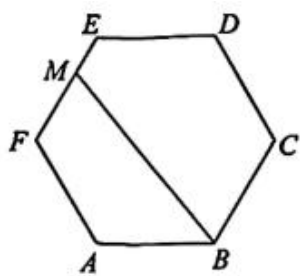
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

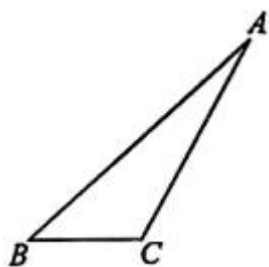
7. 计算： $-3-2=$ _____.
8. 函数 $y = \frac{1}{x-1}$ 的定义域为 _____.
9. $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 的有理化因式是 _____.
10. 不等式组 $\begin{cases} 2-x > 0 \\ 2x+3 > 1 \end{cases}$ 的解集是 _____.
11. 如果关于 x 的方程 $x^2 - 2x + m = 0$ 有两个相等的实数根，那么 m 的值是 _____.
12. 如果抛物线 $y = ax^2$ 在对称轴左侧呈上升趋势，那么 a 的取值范围是 _____.
13. 一个不透明的盒子中装有 3 个红球，2 个黄球，这些球除了颜色外无其他差别，从中随机摸出一个小球，则摸到黄球的概率为 _____.
14. 已知一个 40 个数据的样本，把它分成 6 组，第一组到第四组的频数分别是 10、5、7、6，第五组的频率是 0.1，那么第六组的频数是 _____.
15. 如图，已知点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心，设 $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$ ，那么 $\overrightarrow{AG}$ 用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 可表示为 _____.



16. 如果一个矩形的面积是 40，两条对角线夹角的余切值是 $\frac{3}{4}$ ，那么它的一条对角线长是 _____.
17. 如图，已知点 M 在正六边形 $ABCDEF$ 的边 EF 上运动，如果 $AB = 1$ ，那么线段 BM 的长度的取值范围是 _____.



18. 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 7, \angle ACB = 120^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转 60° ，点 A, C 分别落在点 D, E 处，联结 DC ，如果 $DC \perp AC$ ，那么边 BC 的长_____.



三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. 计算： $8^{\frac{1}{2}} + |1 - \sqrt{2}| - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + (\pi - \sqrt{3})^0$

20. 解方程组：
$$\begin{cases} x - 2y = 5 \text{ ①} \\ x^2 + 2xy - 3y^2 = 0 \text{ ②} \end{cases}$$

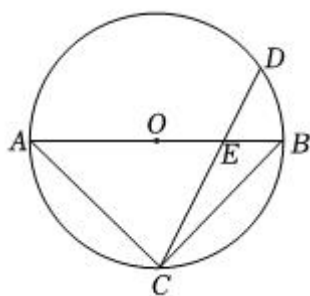
21. 某商店购进了一种生活用品，进价为每件 8 元，销售过程中发现，该商品每天的销售量 y （件）与每件售价 x （元）之间存在一次函数关系（其中 $8 \leq x \leq 15$ ，且 x 为整数），部分对应值如下表：

每件售价 x （元）	9	11	13
每天的销售量 y （件）	105	95	85

(1) 求 y 与 x 的函数解析式；

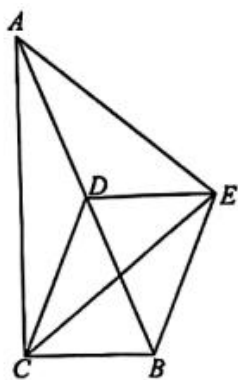
(2) 如果该商店打算销售这种生活用品每天获得 425 元的利润，那么每件生活用品的售价应定为多少元？

22. 如图，已知 AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 CD 与 AB 相交于点 E ， $AC = BC, AB = 4\sqrt{5}, CD = 8$.

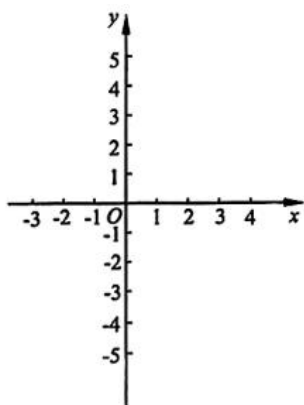


- (1) 求 $\sin \angle AEC$ 的值;
- (2) 求点 A 到弦 CD 的距离.

23. 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 D 是边 AB 的中点, $DE \parallel BC$, $BE \parallel CD$, 联结 AE 、 CE .



- (1) 求证: $\triangle ADE \cong \triangle CDE$;
 - (2) 如果 CE 平分 $\angle ACB$, 求证: $AC = 3BC$.
24. 已知抛物线 $y = -\frac{2}{3}x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(3, 0)$ 和点 B , 与 y 轴交于点 $C(0, 2)$, 顶点为点 D .



- (1) 求抛物线的表达式和顶点 D 的坐标;
 - (2) 点 P 是线段 AB 上的一个动点, 过点 P 作 x 轴的垂线交抛物线于点 E , 如果 $PE = PB$, 求点 P 的坐标;
 - (3) 在第 (2) 小题的条件下, 点 F 在 y 轴上, 且点 F 到直线 EC 、 ED 的距离相等, 求线段 EF 的长.
25. 已知在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, $AD = 3$, 点 O 是边 AB 上的一点 (不与点 A 重合), 以点 O 为圆心, OA 长为半径作圆, 交射线 AB 于点 G .

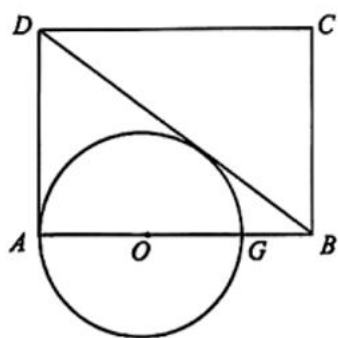


图 1

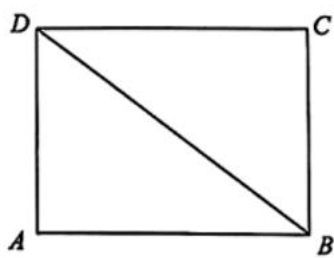


图 2

- (1) 如图 1, 当 $\odot O$ 与直线 BD 相切时, 求半径 OA 的长;
- (2) 当 $\odot O$ 与 $\triangle BCD$ 的三边有且只有两个交点时, 求半径 OA 的取值范围;
- (3) 连接 OD , 过点 A 作 $AH \perp OD$, 垂足为点 H , 延长 AH 交射线 BC 于点 F , 如果以点 B 为圆心, BF 长为半径的圆与 $\odot O$ 相切, 求 $\angle ADO$ 的正切值.

