

2023 年上海市嘉定区中考二模数学试卷

(时间 100 分钟，满分 150 分)

考生注意：

1. 本试卷含三个大题，共 25 题；
2. 答题时，考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答，在草稿纸、本试卷上答题一律无效；
3. 除第一、二大题外，其余各题如无特别说明，都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）.

[下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上]

1. 下列根式中，与 $\sqrt{18}$ 为同类二次根式的是（ ）

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{6}$

2. 下列关于 x 的方程一定有实数解的是（ ）

- A. $x^2 + 1 = 0$ B. $x^2 - x + 1 = 0$ C. $x^2 - bx + 1 = 0$ (b 为常数) D. $x^2 - bx - 1 = 0$ (b 为常数)

3. 某校从各年级随机抽取 50 名学生，每人进行 10 次投篮，投篮进球次数如下表所示：

进球次数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
人数	1	9	9	8	6	6	5	4	1	1	0

该投篮进球次数的中位数是（ ）

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

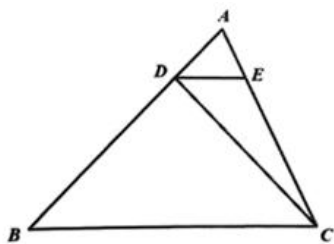
4. 从 1, 2, 3, 4 四个数中任意取出 2 个数做加法，其和为奇数的概率是（ ）

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

5. 下列图形中既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（ ）

- A. 等边三角形 B. 等腰梯形 C. 矩形 D. 正五边形

6. 如图，已知点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 上， $DE \parallel BC$ ， $AD : DB = 1 : 3$ ，那么 $S_{\triangle DEC} : S_{\triangle DBC}$ 等于（ ）



- A. 1:2 B. 1:3 C. 2:3 D. 1:4

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分满分 48 分)

[请将结果直接填入答题纸的相应位置]

7. 计算: $a^4 \div a^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 如果分式 $\frac{1}{2x-3}$ 有意义, 那么实数 x 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

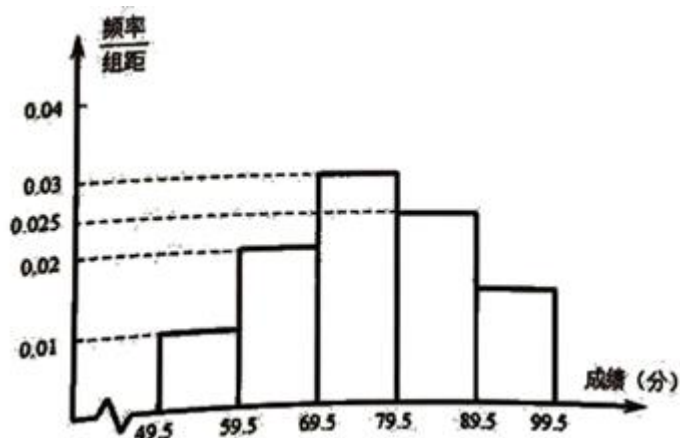
9. 1 纳米=0.000000001 米, 则 2.5 纳米用科学记数法表示为 $\underline{\hspace{2cm}}$

10. 方程 $\sqrt{x+7} - x = 1$ 的根是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. 如果反比例函数 $y = \frac{a-1}{x}$ 的图像经过点 $(1, -2)$, 那么这个反比例函数的解析式为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

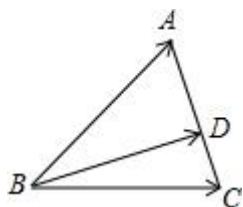
12. 如果函数 $y = x^2 + k$ 的图象向左平移 2 个单位后经过原点, 那么 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 某区有 1200 名学生参加了“垃圾分类”知识竞赛, 为了解本次竞赛成绩分布情况, 竞赛组委会从中随机抽取部分学生的成绩(得分都是整数)作为样本, 绘制成频率分布直方图(如图). 请根据提供的信息估计该区本次竞赛成绩在 89.5 分~99.5 分的学生有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 名.

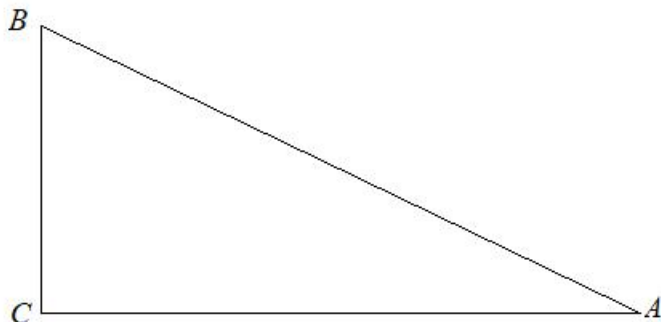


14. 如果一个正多边形的中心角为 36° , 那么这个正多边形的边数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是 AC 边上一点, 且 $AD:DC = 2:1$. 设 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$. (用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示)

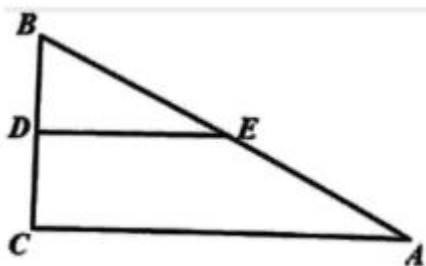


16. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AB = 13$ ， $\sin A = \frac{5}{13}$ ，以点 C 为圆心， R 为半径作圆，使 A 、 B 两点一点在圆内，一点在圆外，那么 R 的取值范围是_____.



17. 新定义：函数图象上任意一点 $P(x, y)$ ， $y - x$ 称为该点的“坐标差”，函数图象上所有点的“坐标差”的最大值称为该函数的“特征值”. 一次函数 $y = 2x + 3$ ($-2 \leq x \leq 1$) 的“特征值”是_____.

18. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 4$ ， $BC = 2$ ，点 D 、 E 分别是边 BC 、 BA 的中点，连接 DE . 将 $\triangle BDE$ 绕点 B 顺时针方向旋转，点 D 、 E 的对应点分别是点 D_1 、 E_1 . 如果点 E_1 落在线段 AC 上，那么线段 $CD_1 =$ _____.

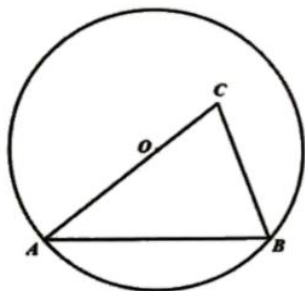


三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. 计算： $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^{-1} - 2\sin 45^\circ + |\sqrt{3} - 2| - (1 - \pi)^0$

20. 解方程：
$$\begin{cases} x - 3y = 5 \text{ ①} \\ x^2 - 2xy + y^2 = 4 \text{ ②} \end{cases}$$

21. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AC = AB$ ， $\sin A = \frac{3}{5}$ ，圆 O 经过 A 、 B 两点，圆心 O 在线段 AC 上，点 C 在圆 O 内，且 $OC = 3$.



(1) 求圆 O 的半径长;

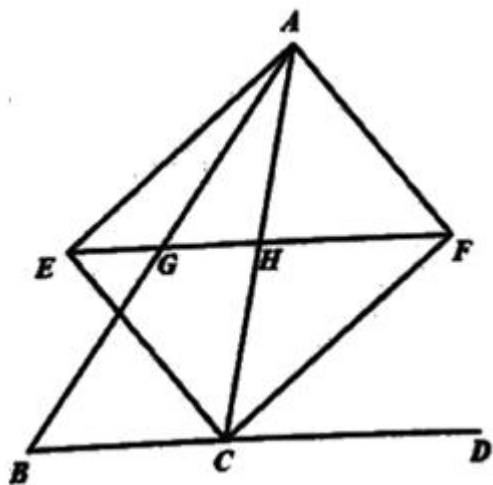
(2) 求 BC 的长.

22. A 、 B 两城间的铁路路程为 1800 千米. 为了缩短从 A 城到 B 城的行驶时间, 列车实施提速, 提速后速度比提速前速度每小时增加 20 千米.

(1) 如果列车提速前速度是每小时 80 千米, 提速后从 A 城到 B 城的行驶时间减少 t 小时, 求 t 的值;

(2) 如果提速后从 A 城到 B 城的行驶时间减少 3 小时, 又这条铁路规定: 列车安全行驶速度不超过每小时 140 千米. 问列车提速后速度是否符合规定? 请说明理由.

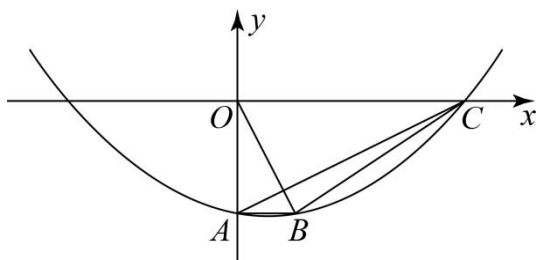
23. 如图, 已知 CE 、 CF 分别是 $\angle ACB$ 和它的邻补角 $\angle ACD$ 的角平分线, $AE \perp CE$, 垂足为点 E , $AF \parallel EC$, 连接 EF , 分别交 AB 、 AC 于点 G 、 H .



(1) 求证: 四边形 $AECF$ 是矩形;

(2) 试猜想 GH 与 BC 之间的数量关系, 并证明你的结论.

24. 如图, 在直角坐标平面 xOy 中, 点 A 在 y 轴的负半轴上, 点 C 在 x 轴的正半轴上, $AB \parallel OC$, 抛物线 $y = ax^2 - 2ax - 4$ ($a \neq 0$) 经过 A 、 B 、 C 三点.



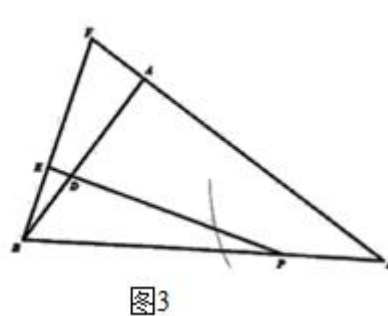
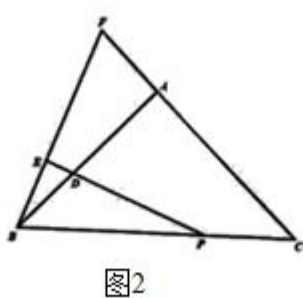
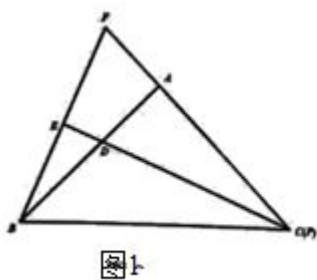
(1) 求点 A 、 B 的坐标；

(2) 联结 AC 、 OB 、 BC ，当 $AC \perp OB$ 时，

①求抛物线表达式；

②在抛物线的对称轴上是否存在点 P ，使得 $S_{\triangle PAC} = 4S_{\triangle ABC}$ ？如果存在，求出所有符合条件的点 P 坐标；如果不存在，请说明理由。

25. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ，点 P 在线段 BC 上， $\angle BPD = \frac{1}{2}\angle ACB$ ， PD 交 BA 于点 D ，过点 B 作 $BE \perp PD$ ，垂足为 E ，交 CA 的延长线于点 F 。



(1) 如果 $\angle ACB = 45^\circ$ ，

①如图 1 当点 P 与点 C 重合时，求证： $BE = \frac{1}{2}PD$ ；

②如图 2，当点 P 在线段 BC 上，且不与点 B 、点 C 重合时，问：①中的 “ $BE = \frac{1}{2}PD$ ” 仍成立吗？请说明你的理由；

(2) 如果 $\angle ACB \neq 45^\circ$ ，如图 11，已知 $AB = n \cdot AC$ (n 为常数)，当点 P 在线段 BC 上， BE 且不与点 B 、点 C 重合时，请探究 $\frac{BE}{PD}$ 的值(用含 n 的式子表示)，并写出你的探究过程。

