

虹口区 2021 学年第二学期学生学习能力诊断测试

初三数学试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

[下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.]

1. 3 的倒数是 ()

- A. 3 B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

2. 下列二次根式中，属于最简二次根式的是 ()

- A. $\sqrt{\frac{1}{2}}$ B. $\sqrt{0.4}$ C. $\sqrt{6}$ D. $\sqrt{8}$

3. 二次函数 $y = -(x-1)^2 + 3$ 图象的顶点坐标是 ()

- A. (-1,3) B. (1,3) C. (-1,-3) D. (1,-3)

4. 甲、乙两人某次射击练习命中环数情况如下表，下列说法中正确的是 ()

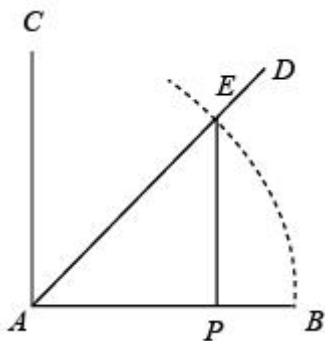
甲	6	2	7	8	7
乙	3	2	8	8	7

- A. 平均数相同 B. 中位数相同 C. 众数相同 D. 方差相同

5. 下列命题中，假命题是 ()

- A. 有一组邻边相等的平行四边形是菱形 B. 对角线互相垂直的平行四边形是菱形
C. 对角线平分一组对角的平行四边形是菱形 D. 有一组对角相等的平行四边形是菱形

6. 已知线段 AB ，按如下步骤作图：①作射线 AC ，使 $AC \perp AB$ ；②作 $\angle BAC$ 的平分线 AD ；③以点 A 为圆心， AB 长为半径作弧，交 AD 于点 E ；④过点 E 作 $EP \perp AB$ 于点 P ，则 $AP:AB =$ ()



A. $1:\sqrt{5}$

B. $1:2$

C. $1:\sqrt{3}$

D. $1:\sqrt{2}$

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

[请将结果直接填入答题纸的相应位置]

7. 计算: $a \cdot a^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 分解因式: $m^2 + 4m + 4 = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. 方程 $\sqrt{2-x} = x$ 的解是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

10. 函数 $y = \sqrt{3-x}$ 的定义域是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. 如果关于 x 的方程 $x^2 - 2x + k = 0$ 有两个相等的实数根, 那么 k 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

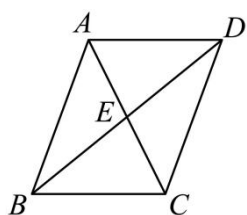
12. 已知点 $A(x_1, y_1)$ 、点 $B(x_2, y_2)$ 在双曲线 $y = \frac{3}{x}$ 上, 如果 $0 < x_1 < x_2$, 那么 y_1 $\underline{\hspace{2cm}}$ y_2 .

13. 如果从 1、2、3、4、5、6、7、8、9、10 这 10 个数中任取一个数, 那么取到的数恰好是素数的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

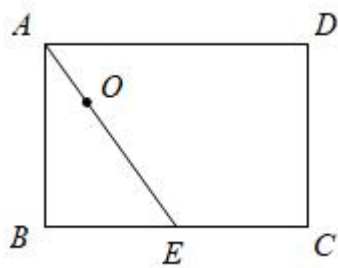
14. 为了解某区九年级 3200 名学生中观看 2022 北京冬奥会开幕式的情况, 随机调查了其中 200 名学生, 结果有 150 名学生全程观看了开幕式, 请估计该区全程观看冬奥会开幕式的九年级学生人数约为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 如果正三角形的边心距是 2, 那么它的外接圆半径是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

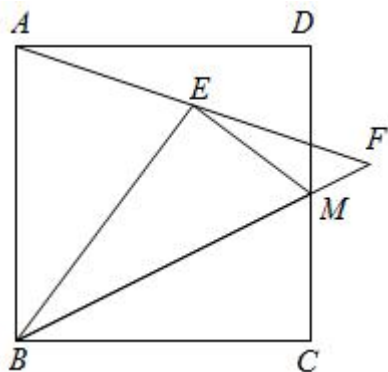
16. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 交于点 E , 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 那么向量 $\overrightarrow{EB}$ 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



17. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, $BC = 6$, 点 E 是 BC 的中点, 联结 AE , 点 O 是线段 AE 上一点, $\odot O$ 的半径为 1, 如果 $\odot O$ 与矩形 $ABCD$ 的各边都没有公共点, 那么线段 AO 长的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



18. 如图, 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 1, 点 M 是边 CD 的中点, 将 $\triangle BCM$ 沿直线 BM 翻折, 使得点 C 落在同一平面内的点 E 处, 联结 AE 并延长交射线 BM 于点 F , 那么 EF 的长为_____.

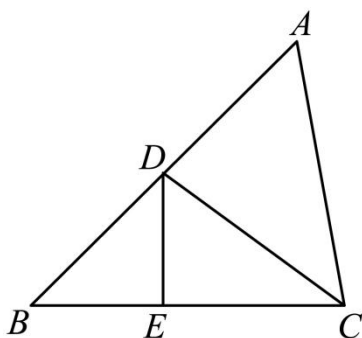


三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 计算: $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + (\pi)^0 + |\sqrt{2}-1| - 12^{\frac{1}{2}}$.

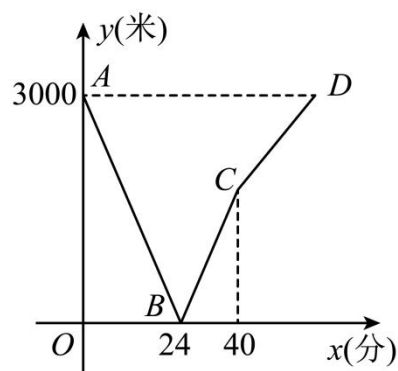
20. 解方程组:
$$\begin{cases} 2x-3y=3 \\ x^2-9y^2=0 \end{cases}$$

21. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 45^\circ$, CD 是 AB 边上的中线, 过点 D 作 $DE \perp BC$, 垂足为点 E , 若 $CD = 5$, $\sin \angle BCD = \frac{3}{5}$.



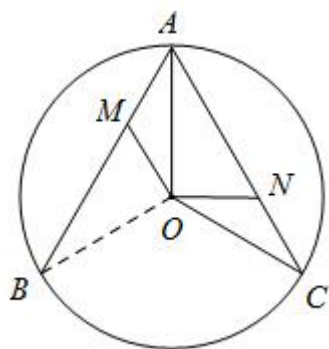
- (1) 求 BC 的长;
 - (2) 求 $\angle ACB$ 的正切值.
22. 浦江边某条健身步道的甲、乙两处相距 3000 米, 小杰和小丽分别从甲、乙两处同时出发, 匀速相向而

行. 小杰的运动速度较快, 当到达乙处后, 随即停止运动, 而小丽则继续向甲处运动, 到达后也停止运动. 在以上过程中, 小杰和小丽之间的距离 y (米) 与运动时间 x (分) 之间的函数关系, 如图中折线 $AB-BC-CD$ 所示.



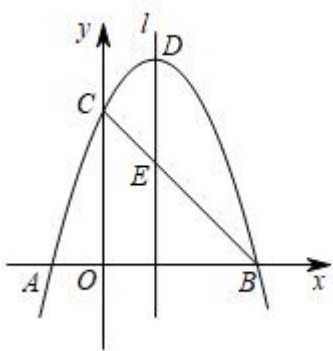
- (1) 小杰和小丽从出发到相遇需要_____分钟;
- (2) 当 $0 \leq x \leq 24$ 时, 求 y 关于 x 的函数解析式 (不需写出定义域);
- (3) 当小杰到达乙处时, 求小丽距离甲处还有多少米.

23. 已知: 如图, AB 、 AC 是 $\odot O$ 的两条弦, $AB = AC$, 点 M 、 N 分别在弦 AB 、 AC 上, 且 $AM = CN$, $AM < AN$, 联结 OM 、 ON .



- (1) 求证: $OM = ON$;
- (2) 当 $\angle BAC$ 为锐角时, 如果 $AO^2 = AM \cdot AC$, 求证: 四边形 $AMON$ 为等腰梯形.

24. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 6$ 与 x 轴交于点 $A(-2, 0)$ 和点 $B(6, 0)$, 与 y 轴交于点 C , 顶点为 D , 连接 BC 交抛物线的对称轴 l 于点 E .

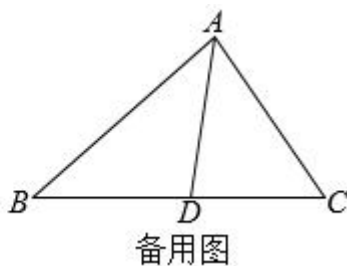
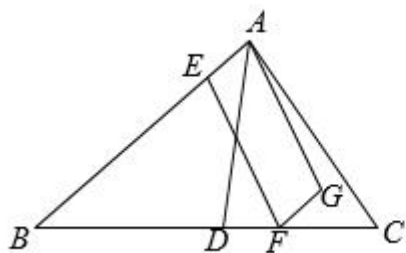


(1) 求抛物线的表达式;

(2) 连接 CD 、 BD ，点 P 是射线 DE 上的一点，如果 $S_{\triangle PDB} = S_{\triangle CDB}$ ，求点 P 的坐标;

(3) 点 M 是线段 BE 上的一点，点 N 是对称轴 l 右侧抛物线上的一点，如果 $\triangle EMN$ 是以 EM 为腰的等腰直角三角形，求点 M 的坐标.

25. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AC = 6$ ， $BC = 9$ ， $\angle BAC = 2\angle B$ ， AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D ．点 E 、 F 分别在线段 AB 、 DC 上，且 $AE = DF$ ，联结 EF ，以 AE 、 EF 为邻边作平行四边形 $AEFG$ ．



(1) 求 BD 的长;

(2) 当平行四边形 $AEFG$ 是矩形时，求 AE 的长;

(3) 过点 D 作平行于 AB 的直线，分别交 EF 、 AG 、 AC 于点 P 、 Q 、 M ．当 $DP = MQ$ 时，求 AE 的长.

