

2021 年上海市静安区中考数学二模试卷

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)

1. 下列计算正确的是 ()

- A. $1^{-1} = -1$ B. $1^0 = 0$ C. $(-1)^{-1} = 1$ D. $(-1)^0 = 1$

2. 如果关于 x 的方程 $x^2 - 6x + m = 0$ 有实数根，那么 m 的取值范围是 ()

- A. $m > 9$ B. $m \geq 9$ C. $m \leq 9$ D. $m < 9$

3. 一次函数 $y = 3x - 2$ 的图像不经过的象限是 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

4. 对于等边三角形，下列说法正确的为 ()

- A. 既是中心对称图形，又是轴对称图形 B. 是轴对称图形，但不是中心对称图形
C. 是中心对称图形，但不是轴对称图形 D. 既不是中心对称图形，又不是轴对称图形

5. 某厂对一个班组生产的零件进行调查，该组在 8 天中每天所出的次品数如下 (单位：个)：3, 3, 0, 2, 2, 3, 0, 3, 那么该班组在 8 天中出的次品数的中位数与方差分别是 ()

- A. 2.5 与 1.5 B. 2 与 1.5 C. 2.5 与 $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. 2 与 $\frac{\sqrt{6}}{2}$

6. 对于命题：①如果一个圆上所有的点都在另一个圆的内部，那么这个圆内含；②如果一个圆上所有的点都在另一个圆的外部，那么这个圆外离. 下列判断正确的是 ()

- A. ①是真命题，②是假命题 B. ①是假命题，②是真命题
C. ①、②都是真命题 D. ①、②都是假命题

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. 化简： $|\sqrt{3} - 2| =$ _____.

8. 计算： $x \div (x^2 - x) =$ _____.

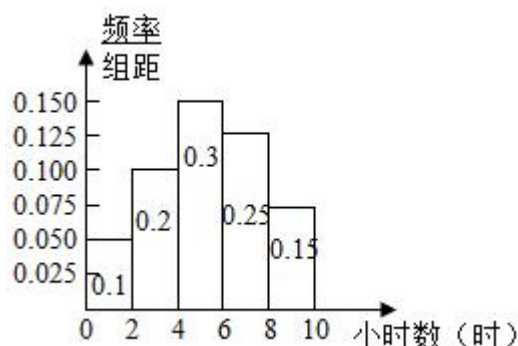
9. 函数 $f(x) = \frac{x-1}{3-2x}$ 的定义域为_____.

10. 如果正比例函数的图像经过第二、四象限，那么函数值 y 随 x 的增大而_____.

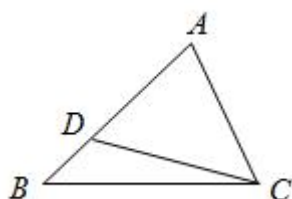
11. 方程组 $\begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$ 的解为_____.

12. 从 1, 2, 3 这三个数中任选两个组成两位数, 在组成的所有数中任意抽取一个数, 这个数恰好能被 3 整除的概率是_____.

13. 为了了解学生用于阅读课外书籍的时间的情况, 某校在 300 名九年级学生中随机对 40 名学生每周阅读课外书籍所用的时间进行统计. 根据调查结果画出频率分布直方图, 如图所示 (每个小组可包括最小值, 不包括最大值), 由此可以估计该校九年级学生阅读课外书籍用的时间在 6 小时及以上的人数约为_____.

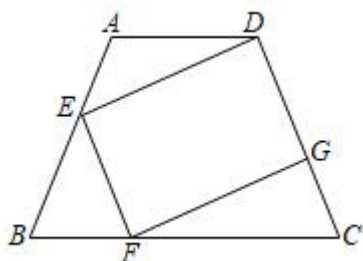


14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 AB 上, $\angle ACD = \angle B$, $AD = 2$, $AC = \sqrt{6}$, 设 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{CD} =$ _____ . (用向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 的式子表示).

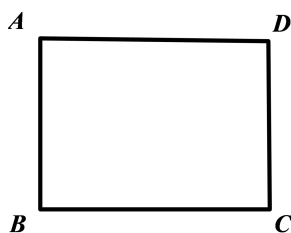


15. 如果 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相交, $\odot O_1$ 的半径是 5, $O_1O_2 = 3$, 那么 $\odot O_2$ 的半径 r 的取值范围是_____.

16. 如图, 已知在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = CD$, 矩形 $DEFG$ 的顶点 E 、 F 、 G 分别在边 AB 、 BC 、 CD 上, 如果 $DE = 5$, $\tan C = \frac{5}{2}$, 那么 AE 的长为_____.



17. 已知矩形纸片 $ABCD$ 的边 $AB = 10$, $BC = 12$ (如图), 将它折叠后, 点 D 落在边 AB 的中点处, 那么折痕的长为_____.



18. 在一个三角形中, 如果一个内角是另一内角的 n 倍 (n 为整数), 那么我们称这个三角形为 n 倍三角形. 如果一个三角形既是 2 倍角三角形, 又是 3 倍角三角形, 那么这个三角形最小的内角度数为_____.

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 先化简, 再求值: $\frac{x+2}{x^2-x} - \frac{x-1}{x^2+x} - \frac{4}{x^2-1}$. 其中 $x = \sqrt{2} + 1$.

20. 已知点 $A(2, m+3)$ 在双曲线 $y = \frac{m}{x}$ 上.

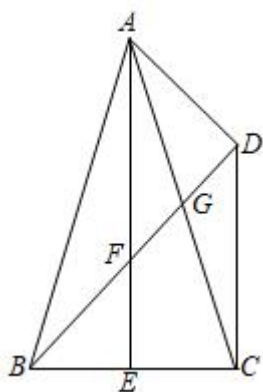
(1) 求此双曲线的表达式与点 A 的坐标;

(2) 如果点 $B(a, 5-a)$ 在此双曲线上, 图像经过点 A、B 的一次函数的函数值 y 随 x 的增大而增大, 求此一次函数的解析式.

21. 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $AE \perp BC$, 垂足为 E . $DC \perp BC$, $DC = BC = 2$, $\angle ADB = 90^\circ$, BD 与 AE 、 AC 分别相交于点 F 、 G .

求: (1) AF 的长;

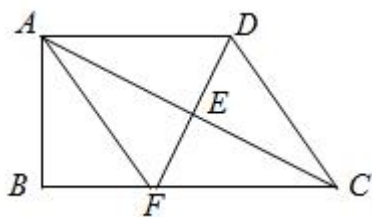
(2) AG 的长.



22. 小丽的叔叔先用 900 元从甲批发部购进一种商品, 后发现同样的商品乙批发部比甲批发部每件便宜 3 元, 又用 1200 元钱从乙批发部购进了同样的商品, 且比从甲批发部购进数量多了 40 件. 问: 乙批发部的这种商品每件几元?

23. 已知: 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle B = 90^\circ$, E 是 AC 的中点, DE 的延长线交边 BC 于

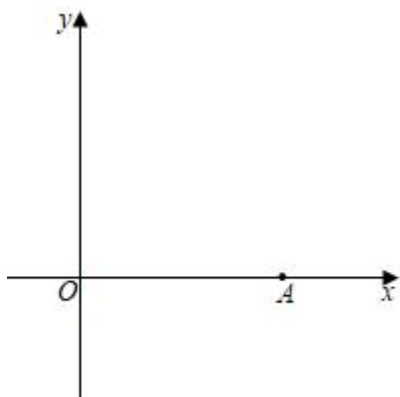
点 F .



- (1) 求证：四边形 $AFCD$ 是平行四边形；
- (2) 如果 $2AE^2 = AD \cdot BC$ ，求证四边形 $AFCD$ 是菱形.

24. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 A 的坐标为 $(5, 0)$ (如图)，经过点 A 的抛物线 $y = x^2 + bx + 5$ 与 y 轴相交于点 B ，顶点为点 C .

- (1) 求此抛物线表达式与顶点 C 的坐标；
- (2) 求 $\angle ABC$ 的正弦值；
- (3) 将此抛物线向上平移，所得新抛物线的顶点为 D ，且 $\triangle DCA$ 与 $\triangle ABC$ 相似，求平移后的新抛物线的表达式.



25. 如图，已知半圆 O 的直径 $AB = 4$ ，点 P 在线段 OA 上，半圆 P 与半圆 O 相切于点 A ，点 C 在半圆 P 上， $CO \perp AB$ ， AC 的延长线与半圆 O 相交于点 D ， OD 与 BC 相交于点 E .

- (1) 求证： $AD \cdot AP = OD \cdot AC$ ；
- (2) 设半圆 P 的半径为 x ，线段 CD 的长为 y ，求 y 与 x 之间的函数解析式，并写出定义域；
- (3) 当点 E 在半圆 P 上时，求半圆 P 的半径.

