

2021 年上海市长宁区中考数学二模试卷

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）[每题只有一个正确选项，在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂]

1. -8 的倒数是 ()

- A. -8 B. 8 C. $-\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{8}$

2. 下列运算正确的是 ()

- A. $(a^2)^3 = a^5$ B. $a^4 \cdot a^2 = a^8$ C. $a^6 \div a^3 = a^2$ D. $(ab)^3 = a^3b^3$

3. 一家鞋店对上周某品牌女鞋的销售量统计如下：

尺寸 (码)	35	36	37	38	39
销售量 (双)	2	4	11	7	3

这家鞋店决定本周进该品牌女鞋时多进一些尺寸为 37 码的鞋，影响鞋店决策的统计量是 ()

- A. 平均数 B. 众数 C. 中位数 D. 方差

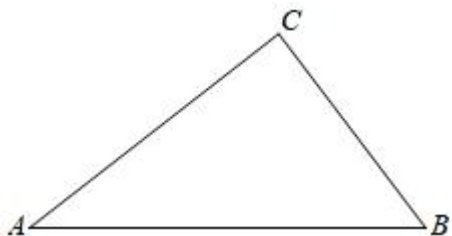
4. 下列方程中，有实数解的是 ()

- A. $x^2 - x + 1 = 0$ B. $x^2 + 1 = 0$
C. $\frac{1}{x-1} = \frac{2}{x^2-1}$ D. $\sqrt{x-1} = 1-x$

5. 下列命题中，假命题是 ()

- A. 对角线互相垂直的矩形是正方形
B. 对角线相等的菱形是正方形
C. 对角线互相垂直平分的四边形是正方形
D. 对角线互相垂直且相等的平行四边形是正方形

6. 如果两个圆相交，且其中一个圆的圆心在另一个圆的圆内时，我们称此两圆的位置关系为“内相交”。如图 1，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 4$ ， $BC = 3$ ，点 O 在边 AC 上。如果 $\odot C$ 与直线 AB 相切，以 OA 为半径的 $\odot O$ 与 $\odot C$ “内相交”，那么 OA 的长度可以是 ()



- A. $\frac{16}{5}$ B. $\frac{12}{5}$ C. $\frac{8}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【在答题纸相应题号后的空格内直接填写答案】

7. 计算： $a(a+1) =$ _____.

8. 函数 $y = \sqrt{x-2}$ 的定义域是_____.

9. 方程组 $\begin{cases} x+2y=3 \\ x^2-y^2=0 \end{cases}$ 的解是_____.

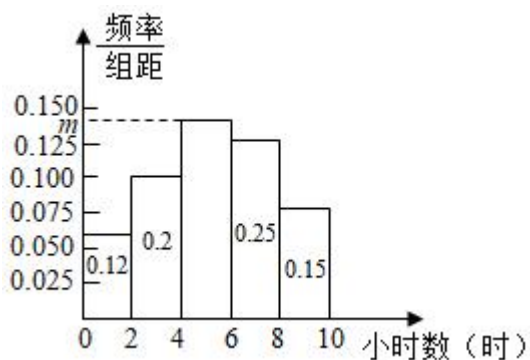
10. 正多边形的一个外角等于 20° ，则这个正多边形的边数是_____.

11. 如果抛物线 $y = (m+1)x^2$ 的最高点是坐标轴的原点，那么 m 的取值范围是_____.

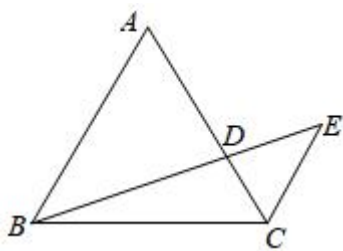
12. 观察反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象，当 $0 < x < 1$ 时， y 的取值范围是_____.

13. 从 $\frac{2}{9}, \sqrt{2}, \pi$ 这三个数中任选一个数，选出的这个数是有理数的概率为_____.

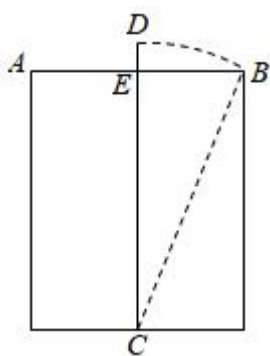
14. 某校为了解本校学生每周阅读课外书籍的时间，对本校全体学生进行了调查，并绘制如图所示的频率分布直方图，那么图中 m 的值为_____.



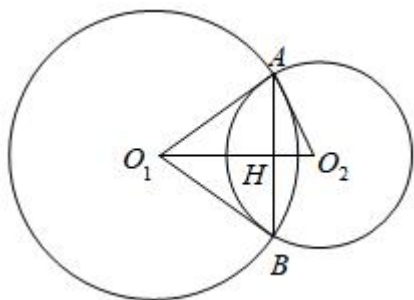
15. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 12$ ， $DC = 4$ ，过点作 C 作 $CE \parallel AB$ 交 BD 的延长线于点 E ， $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ ，那么 $\overrightarrow{BE}$ 用向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 表示为_____.



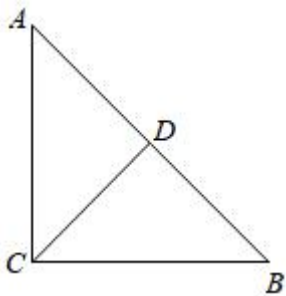
16. 我国古代数学著作《九章算术》中有这样一个问题：“今有池方一丈，葭生其中央，出水一尺。引葭赴岸，适与岸齐，问水深几何？”（注：丈，尺是长度单位，1丈=10尺）这段话的意思是：有一水池一丈见方，池中央生有一棵芦苇，露出水面一尺。如把它引向岸边，正好与岸边齐。问水有多深？即如图所示的截面图中， $AB=1$ 丈， CD 垂直平分 AB ， $DE=1$ 尺， $CD=CB$ ，那么水的深度 CE 是_____尺。



17. 如图，已知 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相交于 A 、 B 两点，圆心 O_1 、 O_2 在公共弦 AB 的两侧， $AB=O_1O_2=4$ ， $\sin \angle AO_1B = \frac{12}{13}$ ，那么 O_2A 的长是_____。



18. 如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AB=6$ ， CD 是斜边 AB 的中线。将 $\triangle ABC$ 绕点 A 旋转，点 B 、点 C 分别落在点 B' 、点 C' 处，且点 B' 在射线 CD 上，边 AC' 与射线 CD 交于点 E 。如果 $\frac{AE}{EC'}=3$ ，那么线段 CE 的长是_____。



三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）[将下列各题的解答过程，做在答题纸的相应位置上]

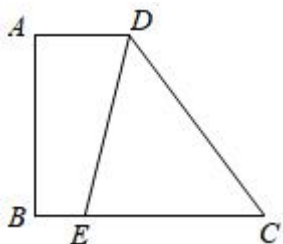
19. 计算： $27^{\frac{1}{3}} + (\sqrt{2} - 1)^2 - (\frac{1}{2})^{-1} + \frac{2}{\sqrt{2} - 1}$.

20. 解不等式组：
$$\begin{cases} 6(\frac{2}{3}x - 2) < x - 3 \\ \frac{1-x}{2} \leq x \end{cases}$$
，并求出它的正整数解.

21. 如图，已知梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle B = 90^\circ$ ， $CD = 15$ ， $BC = 16$ ， $AB = 12$ ，点 E 是边 BC 上的一点，联结 DE ，且 $DE = CE$.

(1) 求梯形 $ABCD$ 的面积；

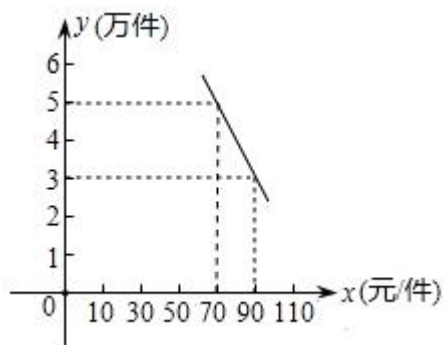
(2) 求 $\angle DEC$ 的正切值.



22. 某商店销售一种商品. 经过市场调查发现：该产品的销售单价需定在 50 元到 110 元之间较为合理，每月销售量 y (万件) 与销售单价 x (元/件) 存在如图所示的一次函数关系. 根据图象提供的信息，解答下列问题：

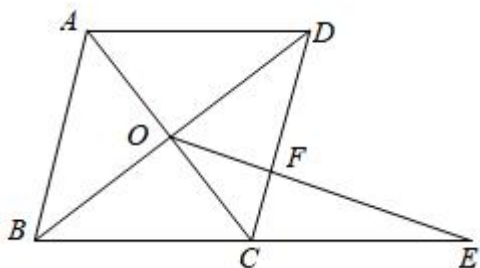
(1) 求这种商品的每月销售量 y (万件) 关于销售单价 x (元/件) ($50 \leq x \leq 110$) 的函数解析式；

(2) 已知六月份、八月份这种商品的销售单价分别为 95 元/件和 84 元/件，且每月销售量的增长率是相同的，求这个增长率.



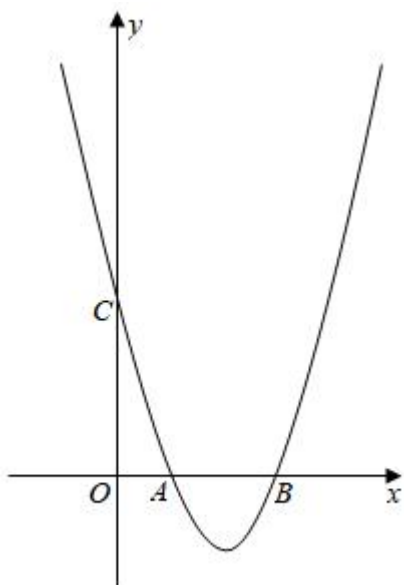
23. 如图, 已知四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , AC 平分 $\angle BAD$, BD 平分 $\angle ABC$, 点 E 在边 BC 的延长线上, 联结 OE , 交边 CD 于点 F .

- (1) 求证: 四边形 $ABCD$ 是菱形;
- (2) 如果 $OE \perp CD$, 求证: $CE \cdot OF = CF \cdot OE$.



24. 如图, 已知在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 - \frac{16}{3}x + c$ 经过点 $A(1, 0)$ 、 $B(3, 0)$, 且与 y 轴交于点 C .

- (1) 求抛物线的表达式;
- (2) 如果将抛物线向左平移 m ($m > 0$) 个单位长度, 联结 AC 、 BC , 当抛物线与 $\triangle ABC$ 的三边有且只有一个公共点时, 求 m 的值;
- (3) 如果点 P 是抛物线上一动点, 且在点 B 的右侧, 联结 PC , 直线 PA 交 y 轴于点 E , 当 $\angle PCE = \angle PEC$ 时, 求点 P 的坐标.



25. 已知半圆 O 的直径 $AB=4$, 点 C 、 D 在半圆 O 上 (点 C 与点 D 不重合), $\angle COB = \angle DBO$, 弦 BD 与半径 OC 相交于点 E , $CH \perp AB$, 垂足为点 H , CH 交弦 BD 于点 F .

(1) 如图 1, 当点 D 是 $\widehat{AC}$ 的中点时, 求 $\angle COB$ 的度数;

(2) 如图 2, 设 $OH=x$, $\frac{CF}{CE}=y$, 求 y 关于 x 函数解析式, 并写出定义域;

(3) 联结 OD 、 OF , 如果 $\triangle DOF$ 是等腰三角形, 求线段 OH 的长.

