

2021 年上海市杨浦区中考数学二模试卷

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

1. 下列各数中无理数是 ()

A. $\frac{\pi}{2}$

B. $\frac{22}{7}$

C. $\sqrt{4}$

D. $\sqrt[3]{27}$

2. 下列说法不一定成立的是 ()

A. 若 $a > b$, 则 $a + c > b + c$

B. 若 $a + c > b + c$, 则 $a > b$

C. 若 $a > b$, 则 $ac^2 > bc^2$

D. 若 $ac^2 > bc^2$, 则 $a > b$

3. 下列方程中, 有实数根的方程是 ()

A. $x^4 + 1 = 0$

B. $\sqrt{x+2} = -1$

C. $\sqrt{x+2} = -x$

D. $\frac{x}{x^2-1} = \frac{1}{x^2-1}$

4. 已知 $A(x_1, y_1)$ 和点 $B(x_2, y_2)$ 是双曲线 $y = \frac{2}{x}$ 上的两个点, 如果 $x_1 < x_2$, 那么 y_1 和 y_2 的大小关系正确的是 ()

A. $y_1 > y_2$

B. $y_1 < y_2$

C. $y_1 = y_2$

D. 无法判断

5. 为了了解某校九年级 400 名学生的体重情况, 从中抽取 50 名学生的体重进行分析. 在这项调查中, 样本是指 ()

A. 400 名学生

B. 被抽取的 50 名学生

C. 400 名学生的体重

D. 被抽取的 50 名学生的体重

6. 下列命题中, 真命题是 ()

A. 平分弦的直径垂直于弦

B. 垂直平分弦的直线平分这条弦所对的弧

C. 在同圆中, 相等的弦所对的弧也相等

D. 经过半径一端且垂直于这条半径的直线是圆的切线

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 计算: $a^3 \cdot a^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 分解因式: $x^2 - 4x = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. 在函数 $y = \frac{x}{2x+3}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

10. 不等式组 $\begin{cases} 3x-15 \leq 0 \\ \frac{3-x}{2} > 1 \end{cases}$ 的解集是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 6x + m - 1 = 0$ 有两个相等的实数根, 那么 m 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

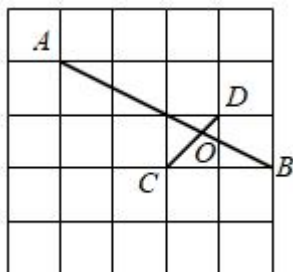
12. 一个射箭运动员连续射靶 5 次, 所得环数分别是: 8, 6, 10, 7, 9, 则这个运动员所得环数的标准差为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 在一个布袋中, 装有除颜色外其他完全相同的 2 个红球和 2 个白球, 如果从中随机摸出两个球, 那么摸到的两个球颜色相同的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

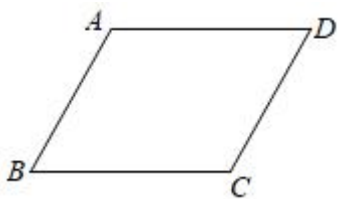
14. 已知点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 如果 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}, \overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 那么向量 $\overrightarrow{AG}$ 用向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 表示为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 已知一个正六边形的边心距为 $\sqrt{3}$, 则它的半径为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

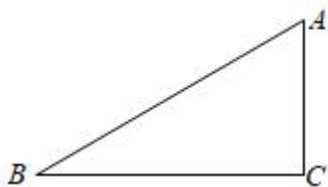
16. 如图, 已知在正方形网格中, 点 A, B, C, D 在小正方形的顶点上, 线段 AB 与线段 CD 相交于点 O , 那么 $\tan \angle AOC = \underline{\hspace{2cm}}$.



17. 如果一条直线把一个平面图形的面积分成相等的两部分, 那么我们把这条直线叫做这个平面图形的面积等分线. 已知在菱形 $ABCD$ 中, $AB = 6$, $\angle B = 60^\circ$, 点 E 在边 AD 上, 且 $AE = 2$, 过点 E 的面积等分线与菱形的另一条边交于点 F , 那么线段 EF 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



18. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $AC = 2$, 点 D 是边 BC 的中点, 点 E 是边 AB 上一点, 将 $\triangle BDE$ 沿直线 DE 翻折, 点 B 落在 B' 处, 联结 AB' , 如果 $\angle AB'D = 90^\circ$, 那么线段 AE 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



三.解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

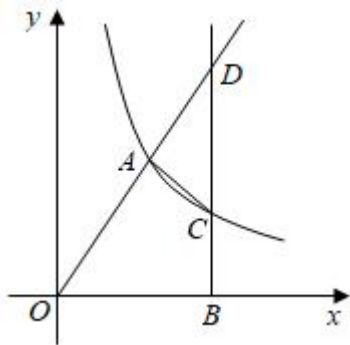
19. 计算: $+\sqrt{8}-\frac{1}{\sqrt{3}-2}-\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}\div\sqrt{3}+(1-\sqrt{2})^2$.

20. 解方程: $\frac{4x}{x^2-9}=1+\frac{2}{x-3}-\frac{2}{x+3}$.

21. 如图, 已知正比例函数 $y=kx$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ ($x>0$) 的图象经过点 $A(a, 3)$, 点 B 为 x 轴正半轴上一点, 过点 B 作 $BD\perp x$ 轴, 交反比例函数的图象于点 C , 交正比例函数的图象于点 D .

(1) 求 a 、 k 的值;

(2) 联结 AC , 如果 $BD=6$, 求 $\triangle ACD$ 的面积.



22. 如图 1 是一种手机平板支架, 由底座、支撑板和托板构成, 手机放置在托板上, 如图 2 是其侧面示意图, 量得底座长 $AB=11\text{cm}$, 支撑板长 $BC=8\text{cm}$, 托板长 $CD=6\text{cm}$, 托板 CD 固定在支撑板顶端点 C 处, 托板 CD 可绕点 C 旋转, 支撑板 BC 可绕点 B 转动.

(1) 如果 $\angle ABC=60^\circ$, $\angle BCD=70^\circ$, 求点 D 到直线 AB 的距离 (精确到 0.1cm);

(2) 在第 (1) 小题的条件下, 如果把线段 CD 绕点 C 顺时针旋转 20° 后, 再将线段 BC 绕点 B 逆时针旋转, 使点 D 落在直线 AB 上, 求线段 BC 旋转的角度.

(参考数据: $\sin 40^\circ \approx 0.64$, $\cos 40^\circ \approx 0.77$, $\tan 40^\circ \approx 0.84$, $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)



图1

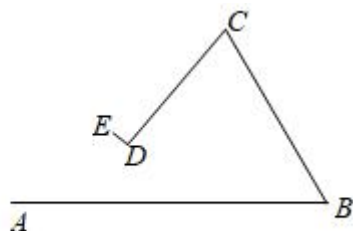
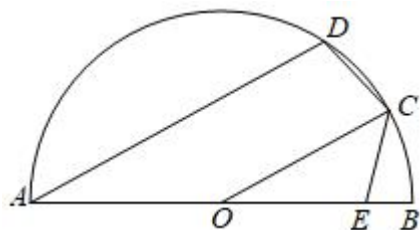


图2

23. 已知：如图， AB 是半圆 O 的直径， C 是半圆上一点（不与点 A 、 B 重合），过点 A 作 $AD \parallel OC$ 交半圆于点 D ， E 是直径 AB 上一点，且 $AE = AD$ ，联结 CE 、 CD 。

(1) 求证： $CE = CD$ ；

(2) 如果 $\widehat{AD} = 3\widehat{CD}$ ，延长 EC 与弦 AD 的延长线交于点 F ，联结 OD ，求证：四边形 $OCFD$ 是菱形。

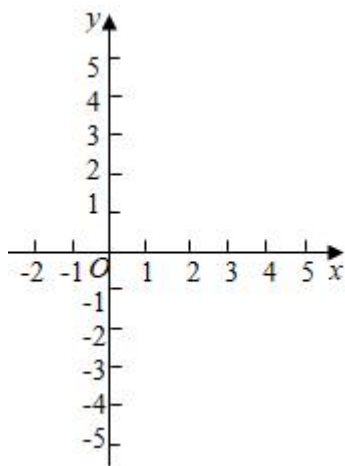


24. 如图，已知在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = x - 5$ 与 x 轴相交于点 A ，与 y 轴相交于点 B ，抛物线 $y = ax^2 + 6x + c$ 经过 A 、 B 两点。

(1) 求这条抛物线的表达式；

(2) 设抛物线与 x 轴的另一个交点为 C ，点 P 是抛物线上一点，点 Q 是直线 AB 上一点，当四边形 $BCPQ$ 是平行四边形时，求点 Q 的坐标；

(3) 在第 (2) 小题的条件下，联结 QC ，在 $\angle QCB$ 内作射线 CD 与抛物线的对称轴相交于点 D ，使得 $\angle QCD = \angle ABC$ ，求线段 DQ 的长。

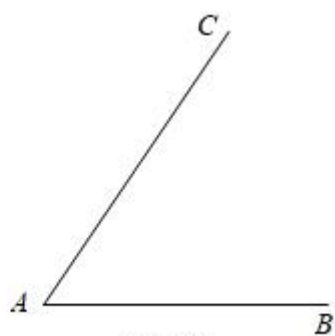
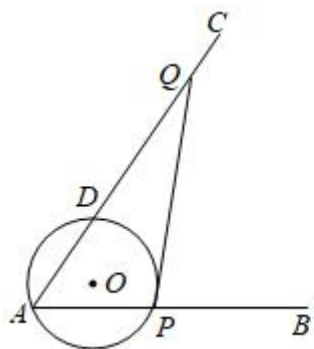


25. 如图，已知 Q 是 $\angle BAC$ 的边 AC 上一点， $AQ = 15$ ， $\cot \angle BAC = \frac{3}{4}$ ，点 P 是射线 AB 上一点，联结 PQ ， $\odot O$ 经过点 A 且与 QP 相切于点 P ，与边 AC 相交于另一点 D 。

(1) 当圆心 O 在射线 AB 上时，求 $\odot O$ 的半径；

(2) 当圆心 O 到直线 AB 的距离为 $\frac{3}{4}$ 时，求线段 AP 的长；

(3) 试讨论以线段 PQ 长为半径的 $\odot P$ 与 $\odot O$ 的位置关系，并写出相应的线段 AP 取值范围。



备用图