

## 2021 年上海市徐汇区中考数学二模试卷

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）[下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的]

1. 如果  $m$  是任意实数，那么下列代数式中一定有意义的是（ ）

- A.  $\sqrt{m}$                       B.  $\sqrt{m+1}$                       C.  $\frac{1}{m+1}$                       D.  $\sqrt{m^2+1}$

2. 将抛物线  $y = -x^2$  向右平移 3 个单位，再向下平移 2 个单位后所得新抛物线的顶点是（ ）

- A. (3, -2)                      B. (-3, -2)                      C. (3, 2)                      D. (-3, 2)

3. 人体红细胞的直径约为 0.0000077 米，那么将 0.0000077 用科学记数法表示是（ ）

- A.  $0.77 \times 10^{-6}$                       B.  $7.7 \times 10^{-7}$                       C.  $7.7 \times 10^{-6}$                       D.  $7.7 \times 10^{-5}$

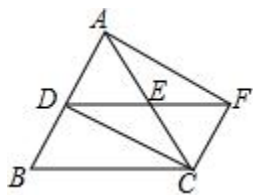
4. 如果剪掉四边形的一个角，那么所得多边形的内角和的度数不可能是（ ）

- A.  $180^\circ$                       B.  $270^\circ$                       C.  $360^\circ$                       D.  $540^\circ$

5. 姜老师给出一个函数表达式，甲、乙、丙三位同学分别正确指出了这个函数的一个性质．甲：函数图像经过第一象限；乙：函数图像经过第三象限；丙：在每一个象限内， $y$  值随  $x$  值的增大而减小．根据他们的描述，姜老师给出的这个函数表达式可能是（ ）

- A.  $y = 3x$                       B.  $y = \frac{3}{x}$                       C.  $y = -\frac{1}{x}$                       D.  $y = x^2$

6. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $AC = BC$ ，点  $D$ 、 $E$  分别是边  $AB$ 、 $AC$  的中点，延长  $DE$  到  $F$ ，使得  $EF = DE$ ，那么四边形  $ADCF$  是（ ）



- A. 等腰梯形                      B. 直角梯形                      C. 矩形                      D. 菱形

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. 计算： $3m^2n - 2nm^2 =$ \_\_\_\_\_.

8. 方程  $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = 1$  的解是\_\_\_\_\_.

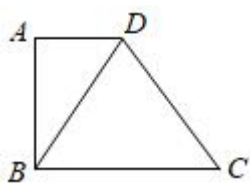
9. 方程组  $\begin{cases} x^2 - y^2 = 3 \\ x - y = -1 \end{cases}$  的解是\_\_\_\_\_.

10. 如果关于  $x$  的方程  $x^2+3x-k=0$  有两个不相等的实数根, 那么  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

11. 甲公司 1 月份的营业额为 60 万元, 3 月份的营业额为 100 万元, 假设该公司 2、3 两个月的增长率都为  $x$ , 那么可列方程是\_\_\_\_\_.

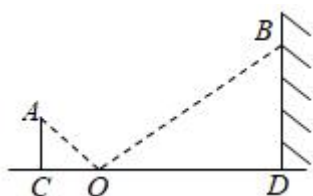
12. 菱形  $ABCD$  中, 已知  $AB=4$ ,  $\angle B=60^\circ$ , 那么  $BD$  的长是\_\_\_\_\_.

13. 如图, 在梯形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ ,  $\angle A=90^\circ$ ,  $AD=2$ ,  $AB=4$ ,  $CD=5$ , 如果  $AB=\vec{a}$ ,  $BC=\vec{b}$ , 那么向量  $\overrightarrow{BD}$  是\_\_\_\_\_ (用向量  $\vec{a}, \vec{b}$  表示).



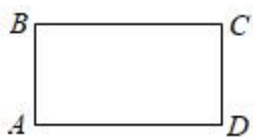
14. 小杰和小丽参加社会实践活动, 随机选择“做社区志愿者”和“参加社会调查”两项中的一项, 那么两人同时选择“做社区志愿者”的概率是\_\_\_\_\_.

15. 如图, 小杰同学跳起来把一个排球打在离他 2 米 (即  $CO=2$  米) 远的地上, 排球反弹碰到墙上, 如果他跳起击球时的高度是 1.8 米 (即  $AC=1.8$  米), 排球落地点离墙的距离是 6 米 (即  $OD=6$  米), 假设排球一直沿直线运动, 那么排球能碰到墙面离地的高度  $BD$  的长是\_\_\_\_\_米.



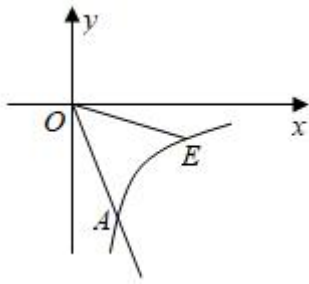
16. 古希腊数学家把下列一组数: 1、3、6、10、15、21、...叫做三角形数, 这组数有一定的规律性, 如果把第一个三角形数记为  $x_1$ , 第二个三角形数记为  $x_2$ , ..., 第  $n$  个三角形数记为  $x_n$ , 那么  $x_{n-1} + x_n$  的值是\_\_\_\_\_ (用含  $n$  的式子表示).

17. 如图, 矩形  $ABCD$  中,  $AB=6$ ,  $BC=10$ , 将矩形  $ABCD$  绕着点  $A$  逆时针旋转后, 点  $D$  落在边  $BC$  上, 点  $B$  落在点  $B'$  处, 联结  $BB'$ , 那么  $\triangle ABB'$  的面积是\_\_\_\_\_.



18. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $A$  和点  $E(6, -2)$  都在反比例函数  $y=\frac{k}{x}$  的图象上, 如果  $\angle AOE$

$= 45^\circ$ ，那么直线  $OA$  的表达式是\_\_\_\_\_.



三、(本大题共 7 题，第 19-22 题每题 10 分第 23、24 题每题 12 分；第 25 题 14 分；满分 78 分)

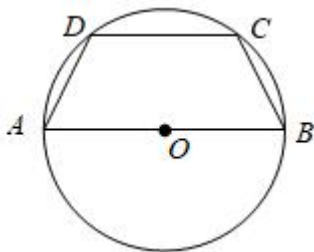
19. 解不等式组: 
$$\begin{cases} 3(x+5) > 3-(x-2) \\ \frac{2x+2}{3} \leq \frac{3x}{4}-1 \end{cases}.$$

20. 先化简再求值:  $(\frac{a-b}{a^2-2ab+b^2}-\frac{ab+b^2}{a^2-b^2}) \cdot \frac{ab}{1-b}$ , 其中  $a=2+\sqrt{3}$ ,  $b=2-\sqrt{3}$ .

21. 如图，在梯形  $ABCD$  中， $CD \parallel AB$ ， $AB=10$ ，以  $AB$  为直径的  $\odot O$  经过点  $C$ 、 $D$ ，且点  $C$ 、 $D$  三等分弧  $AB$ .

(1) 求  $CD$  的长；

(2) 已知点  $E$  是劣弧  $DC$  的中点，联结  $OE$  交边  $CD$  于点  $F$ ，求  $EF$  的长.



22. 问题：某水果批发公司用每千克 2 元的价格购进 1000 箱橘子，每箱橘子重 10 千克. 由于购进的橘子有损耗，所以真正可以出售的橘子不到 10000 千克. 如果该公司希望这批橘子销售能获得 5000 元利润，应该把销售价格定为多少元？

思路：为了解决这个问题，首先要估计这 10000 千克橘子中除去损耗后剩下多少橘子可以销售，因此需要估计损耗的橘子是多少千克.

方案：为此，公司采用抽样调查来估计这批橘子的损耗情况. 公司设计如下两种抽样方案：

①从仓库中最方便处打开若干箱子逐个检查；

②把这批橘子每箱从 1~1000 编号，用电脑随机选择若干号码，打开相应的箱子进行逐个检查.

解决：（1）公司设计的两个抽样方案，从统计意义的角度考虑，你认为哪个方案比较合适？并说明理由；

（2）该公司用合理的方式抽取了 20 箱橘子进行逐个检查，并在表中记录了每个被抽到的箱子里橘子的损耗情况.

被抽到的箱子里橘子的损耗情况表:

| 箱号 | 每箱橘子的损耗重量<br>(千克) | 箱号 | 每箱橘子的损耗重量<br>(千克) |
|----|-------------------|----|-------------------|
| 1  | 0.88              | 11 | 0.77              |
| 2  | 0.78              | 12 | 0.81              |
| 3  | 1.1               | 13 | 0.79              |
| 4  | 0.76              | 14 | 0.82              |
| 5  | 0.82              | 15 | 0.75              |
| 6  | 0.83              | 16 | 0.73              |
| 7  | 0.79              | 17 | 1.2               |
| 8  | 1                 | 18 | 0.72              |
| 9  | 0.85              | 19 | 0.77              |
| 10 | 0.76              | 20 | 0.79              |
| 小计 | 8.57              | 小计 | 8.15              |

根据如表信息，请你估计这批橘子的损耗率；

（3）根据以上信息，请你帮该公司确定这批橘子的销售价格，尽可能达到该公司的盈利目标（精确到 0.01 元/千克）.

23. 如图，在  $\triangle ACB$  中， $\angle ABC = 90^\circ$ ，点  $D$  是斜边  $AC$  的中点，四边形  $CBDE$  是平行四边形.

- （1）如图 1，延长  $ED$  交  $AB$  于点  $F$ ，求证：  $EF$  垂直平分  $AB$ ；
- （2）如图 2，联结  $BE$ 、 $AE$ ，如果  $BE$  平分  $\angle ABC$ ，求证：  $AB = 3BC$ .

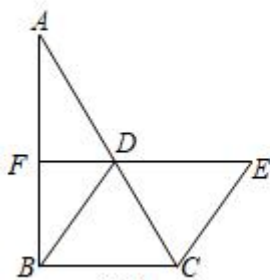


图 1

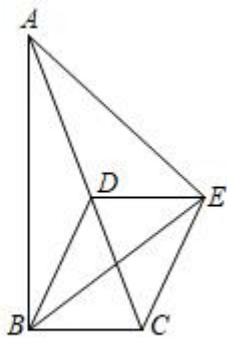
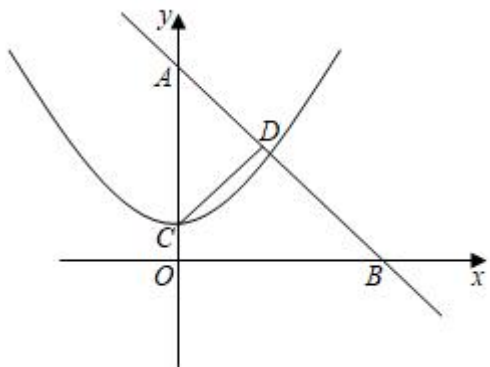


图 2

24. 如图, 已知抛物线  $y = \frac{1}{2}x^2 + m$  与  $y$  轴交于点  $C$ , 直线  $y = -\frac{4}{3}x + 4$  与  $y$  轴和  $x$  轴分别交于点  $A$  和点  $B$ , 过点  $C$  作  $CD \perp AB$ , 垂足为点  $D$ , 设点  $E$  在  $x$  轴上, 以  $CD$  为对角线作  $\square CEDF$ .

- (1) 当点  $C$  在  $\angle ABO$  的平分线上时, 求上述抛物线的表达式;
- (2) 在 (1) 的条件下, 如果  $\square CEDF$  的顶点  $F$  正好落在  $y$  轴上, 求点  $F$  的坐标;
- (3) 如果点  $E$  是  $BO$  的中点, 且  $\square CEDF$  是菱形, 求  $m$  的值.



25. 如图, 已知  $\angle BAC$ , 且  $\cos \angle BAC = \frac{3}{5}$ ,  $AB = 10$ , 点  $P$  是线段  $AB$  上的动点, 点  $Q$  是射线  $AC$  上的动点, 且  $AQ = BP = x$ , 以线段  $PQ$  为边在  $AB$  的上方作正方形  $PQED$ , 以线段  $BP$  为边在  $AB$  上方作正三角形  $PBM$ .

- (1) 如图 2, 当点  $E$  在射线  $AC$  上时, 求  $x$  的值;
- (2) 如果  $\odot P$  经过  $D$ 、 $M$  两点, 求正三角形  $PBM$  的边长;
- (3) 如果点  $E$  在  $\angle MPB$  的边上, 求  $AQ$  的长.

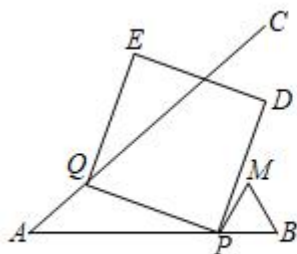


图 1

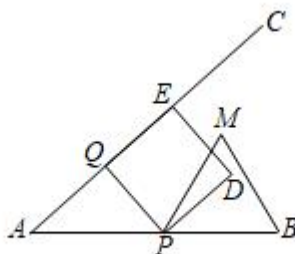
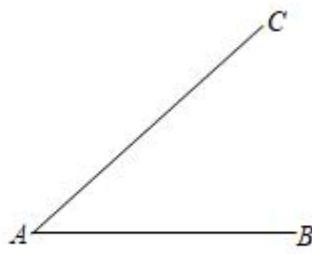


图 2



(备用图)