

2021 年上海市嘉定区中考数学二模试卷

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分) 下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.

1. 下列四个选项中的数，不是分数的是 ()

- A. 80% B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $2\frac{1}{3}$ D. $\frac{22}{7}$

2. 已知: $a \neq 0$, 下列四个算式中, 正确的是 ()

- A. $a^2 + a^3 = a^5$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ C. $(a^2)^3 = a^8$ D. $a^2 \div a^3 = a^{-1}$

3. 下列四个函数解析式中, 其函数图像经过原点的是 ()

- A. $y = \frac{1}{2}x + 1$ B. $y = -\frac{2}{x}$ C. $y = x^2 + 2x$ D. $y = (x - 1)^2$

4. 下列各统计量中, 表示一组数据波动程度的量是 ().

- A. 平均数 B. 众数 C. 方差 D. 频率

5. 下列四个命题中, 真命题是 ()

A. 对角线互相平分的四边形是平行四边形

B. 对角线互相垂直的四边形是菱形

C. 以一条对角线为对称轴的四边形是菱形

D. 对称轴互相垂直的四边形是矩形

6. 如果两圆的圆心距为 3, 其中一个圆的半径长为 3, 那么这两个圆的位置关系不可能是 ()

- A. 两圆内切 B. 两圆内含 C. 两圆外离 D. 两圆相交

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. $|1 - \sqrt{2}| =$ _____.

8. 计算: $(x+1)(x-2) =$ _____.

9. 如果点 $P(3, b)$ 在函数 $y = \frac{1}{x+1}$ 的图象上, 那么 b 的值为_____.

10. 如果关于 x 的方程 $x^2 - 6x + m = 0$ 有两个相等的实数根, 那么 m 的值为_____.

11. 无理方程 $\sqrt{2x+3} = -x$ 的实数解是_____.

12. 从一副去掉大小王的扑克牌中随机抽取一张，抽到数字为“6”的扑克牌的概率是_____.

13. 如果点 $A(x_1, y_1)$ 和 $B(x_2, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$) 的图象上，且 $0 < x_1 < x_2$ ，那么 y_1 与 y_2 的大小关系为: y_1 _____ y_2 . (填“ $<$ ”或“ $=$ ”或“ $>$ ”)

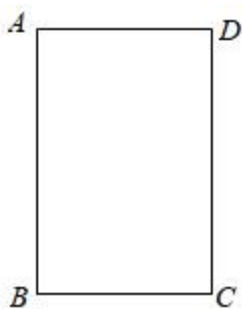
14. 为了估计某个鱼塘里的鱼的数量，养殖工人网住了 50 条鱼，在每条鱼的尾巴上做个记号后，又将鱼放回鱼塘. 等鱼游散后再随机撒网，网住 60 条鱼，发现其中有 2 条鱼的尾巴上有记号. 设该鱼塘里有 x 条鱼，依据题意，可以列出方程: _____.

15. 已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线，设向量 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ，向量 $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ ，那么向量 $\overrightarrow{AC} =$ _____ (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的线性组合表示).

16. 如果一个正三角形的半径长为 2，那么这个三角形的边长为_____.

17. 已知直角三角形的直角边长为 a 、 b ，斜边长为 c ，将满足 $a^2 + b^2 = c^2$ 的一组正整数称为“勾股数组”，记为 (a, b, c) ，其中 $a \leq b < c$. 事实上，早在公元前十一世纪，中国古代数学家商高就发现了“勾三、股四、弦五”，我们将其简记为 $(3, 4, 5)$. 类似的勾股数组还有很多... 例如: $(5, 12, 13)$, $(7, 24, 25)$, $(9, 40, 41)$, $(11, 60, 61)$, $(13, 84, 85)$, ... 如果 $a = 2n + 1$ (n 为正整数)，那么 $b + c =$ _____. (用含 n 的代数式表示)

18. 在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 6$ ， $BC = 4$ (如图)，点 E 是边 AB 的中点，联结 DE . 将 $\triangle DAE$ 沿直线 DE 翻折，点 A 的对应点为 A' ，那么点 A' 到直线 BC 的距离为_____.



三、解答题: (本大题共 7 题，满分 78 分)

19. 先化简，再求值: $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} - \frac{x^2+1}{x^2-1}$ ，其中， $x = \sqrt{2}$.

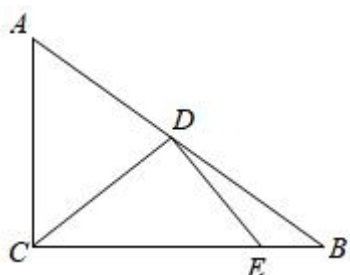
20. 解方程组:
$$\begin{cases} x^2 - 5xy - 6y^2 = 0 \\ x^2 - 4xy + 4y^2 = 1 \end{cases}$$

21. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 6$ ， $\cos A = \frac{3}{5}$. D 是 AB 边的中点，过点 D 作直线 CD 的垂

线，与边 BC 相交于点 E .

(1) 求线段 CE 的长;

(2) 求 $\sin \angle BDE$ 的值.



22. 张先生准备租一处房屋开一家公司. 现有甲、乙两家房屋出租, 甲家房屋已装修好, 每月租金 3000 元; 乙家房屋没有装修, 每月租金 2000 元, 但要装修成甲家房屋的模样, 需要花费 40000 元.

请你自行定义变量, 建立函数, 并利用与函数有关的知识帮助张先生设计一个租房方案 (备注: 只从最省钱的角度设计租房方案, 写出具体的解题过程).

23. 已知: 四边形 $ABCD$ 是正方形, 点 E 是 BC 边的中点, 点 F 在边 AB 上, 联结 DE 、 EF .

(1) 如图 1, 如果 $\tan \angle BEF = \frac{1}{2}$, 求证: $EF \perp DE$;

(2) 如图 2, 如果 $\tan \angle BEF = \frac{3}{4}$, 求证: $\angle DEF = 3 \angle CDE$.

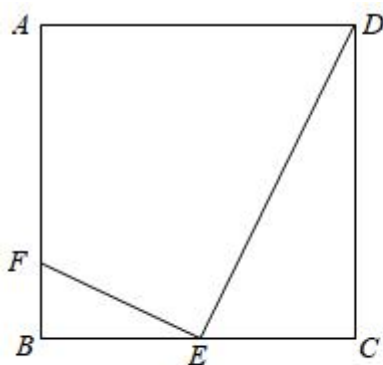


图1

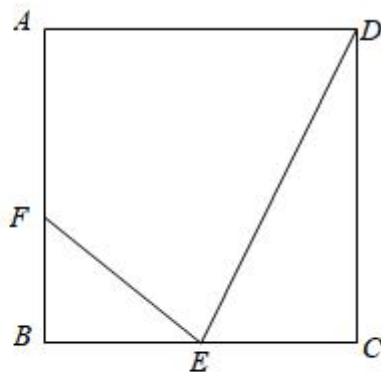


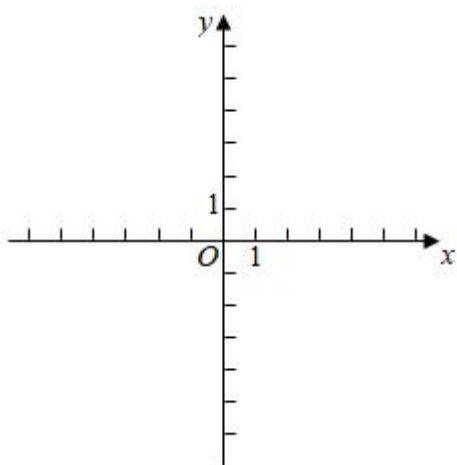
图2

24. 在平面直角坐标系 xOy (如图) 中, 二次函数 $f(x) = ax^2 - 2ax + a - 1$ (其中 a 是常数, 且 $a \neq 0$) 的图象是开口向上的抛物线.

(1) 求该抛物线的顶点 P 的坐标;

(2) 我们将横、纵坐标都是整数的点叫做“整点”, 将抛物线 $f(x) = ax^2 - 2ax + a - 1$ 与 y 轴的交点记为 A , 如果线段 OA 上的“整点”的个数小于 4, 试求 a 的取值范围;

(3) 如果 $f(-1)$ 、 $f(0)$ 、 $f(3)$ 、 $f(4)$ 这四个函数值中有且只有一个值大于 0, 试写出符合题意的一个函数解析式; 结合函数图象, 求 a 的取值范围.



25. 已知: $\odot O$ 的半径长是 5, AB 是 $\odot O$ 的直径, CD 是 $\odot O$ 的弦. 分别过点 A 、 B 向直线 CD 作垂线, 垂足分别为 E 、 F .

(1) 如图 1, 当点 A 、 B 位于直线 CD 同侧, 求证: $CF = DE$;

(2) 如图 2, 当点 A 、 B 位于直线 CD 两侧, $\angle BAE = 30^\circ$, 且 $AE = 2BF$, 求弦 CD 的长;

(3) 设弦 CD 的长为 l , 线段 AE 的长为 m , 线段 BF 的长为 n , 探究 l 与 m 、 n 之间的数量关系, 并用含 m 、 n 的代数式表示 l .

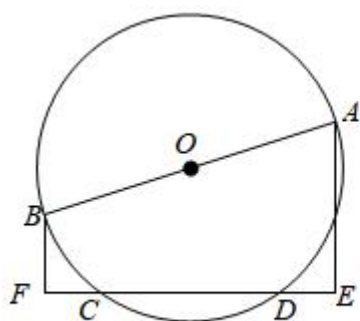


图 1

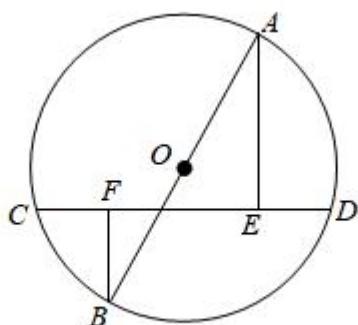
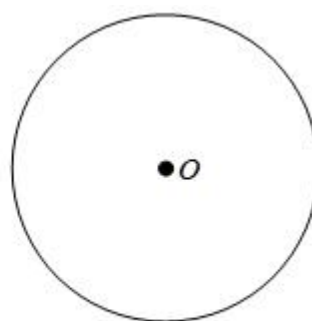


图 2



备用图