

九年级期终考试数学试卷

(满分: 150 分, 考试时间: 100 分钟)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题.
2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分) 下列各题的四个选项中, 有且只有一个正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.

1. 已知线段 $a = 2\text{cm}$, $b = 3\text{cm}$, 如果线段 c 是线段 a 和 b 的比例中项, 那么线段 c 的长为 ()

- A. 6cm B. $\sqrt{6}\text{cm}$ C. $-\sqrt{6}\text{cm}$ D. $\pm\sqrt{6}\text{cm}$

2. 已知 $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$, 那么下列等式中成立的是 ()

- A. $2a = 3b$ B. $\frac{a+1}{b+1} = \frac{3}{4}$ C. $\frac{a+b}{b} = \frac{5}{3}$ D. $\frac{a-b}{b} = \frac{1}{3}$

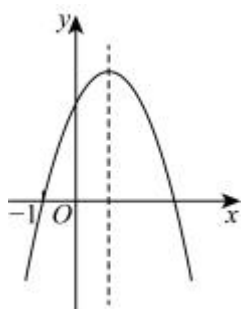
3. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle C = 90^\circ$, $\cos A = \frac{3}{4}$, 那么 $\sin B$ 的值为 ()

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

4. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, 如果 $AD = 1$, $BD = 3$, 那么下列条件中能够推得 $DE \parallel BC$ 的是 ()

- A. $\frac{DE}{BC} = \frac{1}{3}$ B. $\frac{DE}{BC} = \frac{1}{4}$ C. $\frac{EC}{AC} = \frac{2}{3}$ D. $\frac{AE}{AC} = \frac{1}{4}$

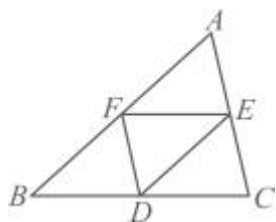
5. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图像如图所示, 那么下列各式中, 不成立的是 ()



- A. $a < 0$ B. $b < 0$ C. $c > 0$ D. $a - b + c = 0$

6. 某学习小组研究问题“如图, 已知 D 、 E 、 F 分别是 $\triangle ABC$ 的边 BC 、 CA 、 AB 的中点, 求证:

$\triangle DEF \sim \triangle ABC$. ” 经过小组讨论得到以下方法, 其中存在错误的是 ()



- A. 可证 $\frac{DE}{AB} = \frac{EF}{BC} = \frac{FD}{AC}$, 进而证得 $\triangle DEF \sim \triangle ABC$
- B. 可证 $\angle B = \angle FED$, $\angle C = \angle EFD$, 进而证得 $\triangle DEF \sim \triangle ABC$
- C. 可证 $\angle B = \angle FED$, $\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{ED}$, 进而证得 $\triangle DEF \sim \triangle ABC$
- D. 可证 $\triangle FBD \sim \triangle DEF$, $\triangle FBD \sim \triangle ABC$, 进而证得 $\triangle DEF \sim \triangle ABC$

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. $(\vec{a} + \vec{b}) + 3\left(\frac{1}{3}\vec{a} - 2\vec{b}\right) =$ _____.

8. 如果两个三角形是相似三角形, 其中一个三角形的两个内角分别为 65° 和 80° , 那么另一个三角形中最小内角的度数为 _____ $^\circ$.

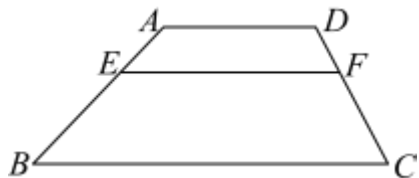
9. 如果一个等腰三角形的三边长均扩大为原来的 10 倍, 那么这个等腰三角形底边上的高扩大为原来的 _____ 倍.

10. 在直角坐标平面内有一点 $P(3,1)$, 那么 OP 与 x 轴正半轴夹角的余弦值是 _____.

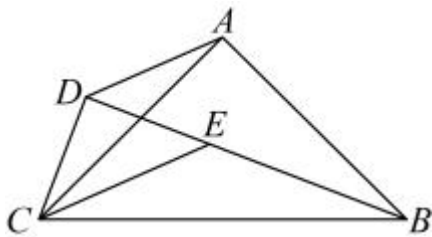
11. 已知传送带与水平面所成斜坡的坡度 $i=1:2.4$, 如果它把物体送到离地面 10 米高的地方, 那么物体所经过的路程为 _____ 米.

12. 某抛物线的最高点在 y 轴上, 且与 x 轴有两个交点, 这个抛物线的表达式可以是 _____.

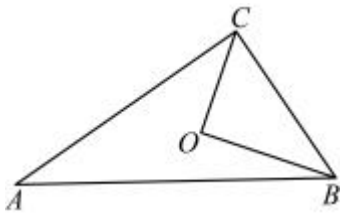
13. 如图, 已知梯形 $ABCD$ 中, E 、 F 分别是腰 AB 、 CD 上的点, $AD \parallel EF$, 如果 $AD:EF:BC = 2:3:5$, 那么 $AE:AB =$ _____.



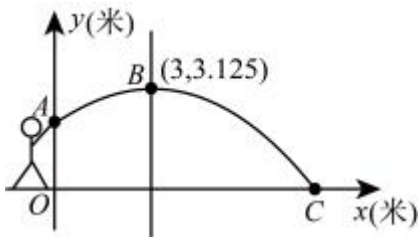
14. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, E 是 BD 上的点, $\angle CDE = \angle CAB = 90^\circ$, $DC = DE$, $AB = AC$, 那么 $AD:BE =$ _____.



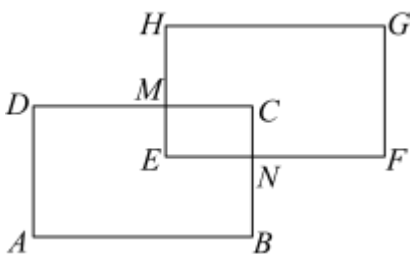
15. 如图，已知点 O 是 $\triangle ABC$ 的重心， $BO \perp CO$ ， $\tan \angle CBO = \frac{3}{4}$ ，如果 $BO = 8$ ，那么点 A 、 O 的距离为_____.



16. 体育课上投掷实心球活动，如图，小明某次投掷实心球，实心球出手后的运动过程中距离地面的高度 y （米）关于水平距离 x （米）的函数解析式为 $y = -\frac{1}{8}x^2 + bx + c$ ，当实心球运动到点 B 时达到最高点，那么实心球的落地点 C 与出手点 A 的水平距离 OC 为_____米.

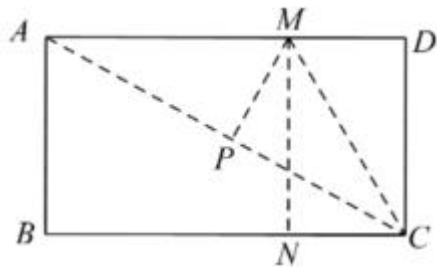


17. 如图，将矩形 $ABCD$ 平移到矩形 $EFGH$ 的位置（点 A 对应点 E ，点 B 对应点 F ，点 C 对应点 G ），边 EH 与 CD 交于点 M ，边 EF 与 BC 交于点 N ，其中 $DM:MC = 3:2$ ， $BN:CN = 3:2$ ，如果 M 、 N 两点的距离为 a ，那么 A 、 E 两点的距离为_____。（用含 a 的代数式表示）



18. 将一张矩形纸片进行如图所示的操作：① 沿对角线 AC 折叠，得到折痕 AC ；② 折叠纸片使边 CD 落在折痕 AC 上，点 D 落在点 P 处，得到折痕 CM ；③ 过点 M 折叠纸片，使点 D 、 C 分别落在边 AD 、 BC 上，展开得到折痕 MN 。如果矩形 $MDCN$ 是一个黄金矩形，其中 $\frac{MD}{CD} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ，那么这张矩

形纸片的两条邻边 $AB:BC=$ _____.



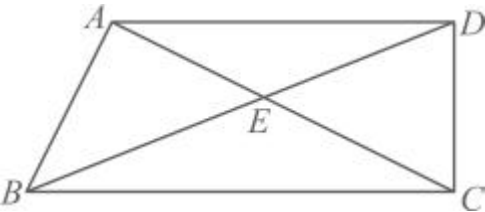
三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. 计算: $\sin^2 45^\circ - \frac{\cot 60^\circ}{2\cos 30^\circ + \tan 60^\circ} + \sin 30^\circ$

20. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 经过点 $A(-1, 6)$ 、 $B(1, -2)$ 、 $C(0, 1)$.

- (1) 求该抛物线的表达式及其对称轴 l ;
- (2) 如果点 A 与点 D 关于对称轴 l 对称, 联结 AB 、 BD , 求 $\triangle ABD$ 的面积.

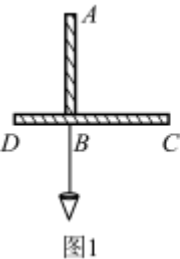
21. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD = 4$, $BC = 5$, 对角线 AC 、 BD 交于点 E .



- (1) 设 $\overrightarrow{BC} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BD} = \vec{b}$, 试用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的线性组合表示向量 $\overrightarrow{AE}$.
- (2) 已知 $AD \perp CD$, $\tan \angle DAC = \frac{1}{2}$, 求 $\sin \angle ABC$ 的值.

22. 某校初三学生开展主题为“测量校园内树木高度的方案设计”的数学综合与实践活动.

甲、乙、丙三位同学制作出一个简易测高仪. 取两根小木条钉在一起, 使它们互相垂直, 其中木条 AB 长 40cm, 木条 CD 长 60cm, DB 长 20cm (接头处忽略不计). 为了便于校正竖直位置, 在点 B 处悬挂一个铅垂, 如图 1 所示, 这样就制作出一个简易测高仪.



任务: 测量校园内某棵大树 MN 的高度 (树顶端 M 与树根部 N 的距离).

工具: 简易测高仪、卷尺 (如图 2 所示).

要求: 测量得到的长度用字母 a , b , c ...表示.

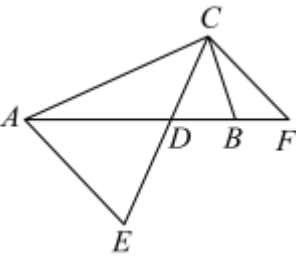
第一次实践

实践操作	甲手持测高仪， C 端朝上 D 端朝下，从测高仪的点 A 经过点 C 望向树顶端 M ，调整人到树的距离，使得点 M 恰好与点 C 、 A 在一条直线上，然后标记铅垂线的下端刚好接触地面的点 E 的位置，如图 3 所示.		
示意图 3		获取数据	乙负责测量，得到点 B 到地面的垂直距离 $BE = a\text{cm}$ ，还需要测量得到的相关数据有：_____.
		解决问题	利用得到的数据表示树 MN 的高度： $MN = \underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$.

反思：这种方法需要能够一直走到大树的底下，有时因为有障碍物，无法走到大树底下. 于是三位同学讨论如果不走到大树底下也可以测量出大树的高度，经过讨论得到第二种测量方案，具体如下：

第二次实践			
实践操作	甲重复第一次实践操作，然后将测高仪的 D 端朝上 C 端朝下，从测高仪的点 A 经过点 D 望向树顶端 M ，向后走调整人到树的距离，使得点 M 恰好与点 D 、 A 在一条直线上，然后标记铅垂线的下端刚好接触地面的点 F 的位置. 丙提醒甲注意：两次测量时点 B 到地面的垂直距离保持不变；点 E 、 F 和树根部 N 三点要保持在同一直线上，如图 4 所示.		
示意图 4		获取数据	点 B 到地面的垂直距离 $BE = a\text{cm}$ ，乙还需要测量得到的相关数据有：_____.
		解决问题	利用得到的数据表示树 MN 的高度. (写出求解过程)

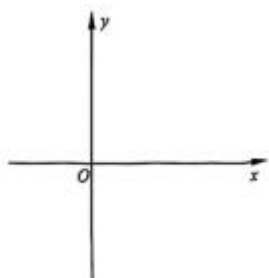
23. 已知在 $\triangle ABC$ 中， CD 平分 $\angle ACB$ ， E 是 CD 延长线上一点， $AE = AD$ ， F 是 AB 延长线上的点，连接 CF .



(1) 证明： $\triangle CEA \sim \triangle CDB$ ；

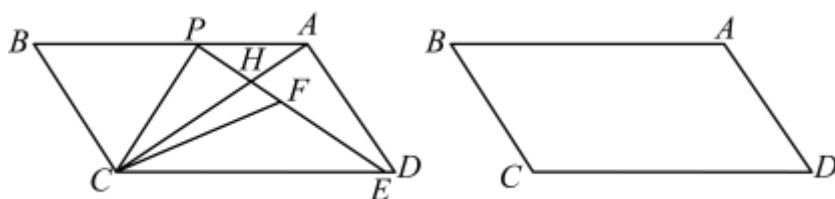
(2) 如果 $CF \parallel AE$ ，求证： $\frac{BD}{AD} = \frac{BF}{CF}$.

24. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y = -x^2 + 4x + c$ ($c < 0$) 与 x 轴交于 A 、 B 两点 (点 A 在点 B 的右侧), 与 y 轴交于点 C , 顶点为 P , 直线 PC 与 x 轴交于点 D .



- (1) 用含 c 的代数式表示点 P 及点 D 的坐标;
 - (2) 将该抛物线进行上下、左右两次平移, 所得的新抛物线的顶点 P' 落在线段 PC 的延长线上, 新抛物线与 y 轴交于点 E , 且 $P'E \perp PP'$.
- ① 求该抛物线两次平移的方向和距离;
 - ② 点 A 在新抛物线上的对应点 A' , 如果 DA' 被 y 轴平分, 求原抛物线的表达式.

25. 已知平行四边形 $ABCD$ 中, $AB = 9$, $BC = 5$, $\sin B = \frac{4}{5}$, P 是边 AB 上一动点, 过点 P 作 $PE \perp PC$, 交射线 CD 于点 E , 交 AC 于点 H , F 是 PE 上的点, $\frac{FP}{PC} = \frac{2}{3}$, 连接 CF .



备用图

- (1) 求证: $\angle BAC = \angle PCF$;
- (2) 当 $\triangle APC \sim \triangle EFC$ 时, 求线段 BP 的长;

- (3) 当 $\frac{S_{\triangle HFC}}{S_{\triangle PHC}} = \frac{1}{3}$ 时, 求 $\frac{AH}{AC}$ 的值.