

静安区 2024 学年度第一学期期末教学质量调研

九年级数学试卷

(满分 150 分, 用卷时间 100 分钟)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题;
2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. 下列代数式中, 不是单项式的是 ()

- A. $3mn$ B. $\frac{1}{2\pi}$ C. 0 D. $\frac{a+b}{2}$

2. 下列各组数中, 不相等的一组是 ()

- A. $(-2)^3$ 和 -2^3 B. $(-2)^2$ 和 -2^2
C. $|-2|^3$ 和 2^3 D. 2 和 $-\sqrt[3]{-2^3}$

3. 泰勒斯是古希腊时期的思想家、科学家、哲学家, 他曾通过测量同一时刻标杆的影长, 标杆的高度, 金字塔的影长, 推算出金字塔的高度, 这种测量原理, 就是我们所学的 ()

- A. 图形的相似 B. 图形的平移
C. 图形的旋转 D. 图形的翻折

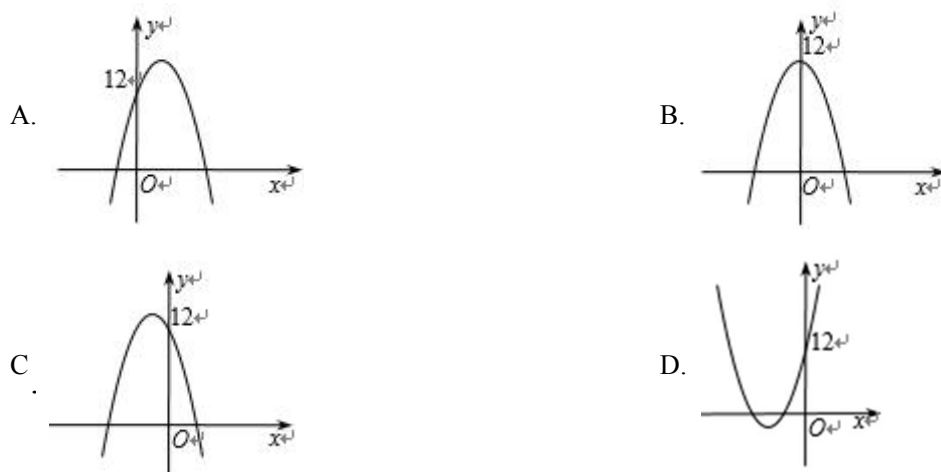
4. 已知 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ 都是非零向量, 下列条件中不能判定 $\vec{b} \parallel \vec{c}$ 的是 ()

- A. $\vec{a} \parallel \vec{c}$, $\vec{a} \parallel \vec{b}$ B. $\vec{c} = 3\vec{b}$
C. $|\vec{b}| = |\vec{c}|$ D. $\vec{a} = 3\vec{b}$, $\vec{c} = -2\vec{a}$

5. 如果锐角 A 的余弦值为 $\frac{2}{3}$, 下列关于锐角 A 的取值范围的说法中, 正确的是 ()

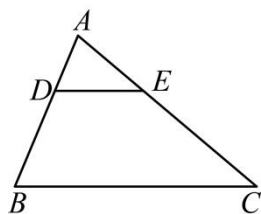
- A. $0^\circ < \angle A < 30^\circ$ B. $30^\circ < \angle A < 45^\circ$
C. $45^\circ < \angle A < 60^\circ$ D. $60^\circ < \angle A < 90^\circ$

6. 如果一次函数 $y_1 = mx - 6$ ($m \neq 0$)、 $y_2 = nx - 2$ ($n \neq 0$) 的图象都经过 $C(1, -3)$ ，那么函数 $y = y_1 \cdot y_2$ 的大致图像是 ()

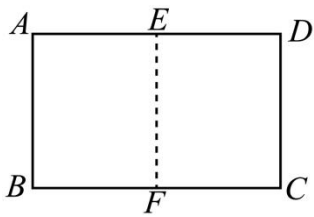


二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

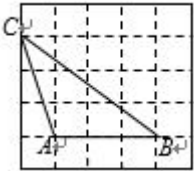
7. 函数 $y = \frac{1}{x-1}$ 的定义域为_____.
8. 计算: $(-a^2)^3 \div a^2 =$ _____.
9. 如果 $2x = 3y$, 那么 $x:y =$ _____.
10. 把一个三角形放大为与它相似的三角形, 如果它的面积扩大为原来的 9 倍, 那么它的周长扩大为原来的_____倍.
11. 抛物线 $y = (a+1)x^2 - x$ 在对称轴左侧的部分是上升的, 那么 a 的取值范围是_____.
12. 已知一坡面的坡度 $i = 1:\sqrt{3}$, 那么这个坡角等于_____°.
13. 如图, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, 且 $\frac{AD}{BD} = \frac{1}{2}$, $DE \parallel BC$. 设 $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{EC} = \vec{b}$, 那么用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{BC}$ 为_____.



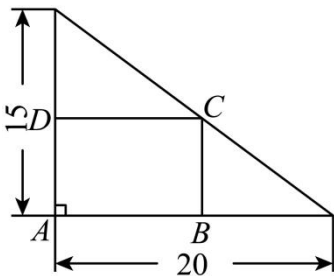
14. 我们把常用的 A4 纸的短边与长边的比叫作“白银比”, 把这样的矩形称为“白银矩形”. 如图, 一张规格为 A4 的矩形纸片 $ABCD$, 将其长边对折 (EF 为折痕), 得到两个全等的 A5 矩形纸片, 且 A4、A5 这两种规格的矩形纸片相似, 那么这个“白银比”为_____.



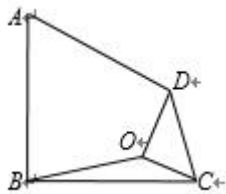
15. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点均在小正方形的方格顶点上, 那么 $\sin C$ 的值是_____.



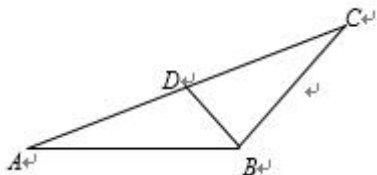
16. 在两条直角边长分别是 20 和 15 的直角三角形的内部作矩形 $ABCD$, 如果 AB 、 AD 分别在两条直角边上 (如图所示), $AD:AB=1:2$, 那么矩形 $ABCD$ 的面积是_____.



17. 如图, 点 O 在四边形 $ABCD$ 的内部, $\angle COD = \angle ABC = 90^\circ$, $AB = BC$, $OD = OC$, 如果 $BO = a$, 那么 AD 的长为_____. (用含字母 a 的式子表示)



18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, BD 是 $\triangle ABC$ 的中线, $BC = 2BD$, $AC = 6\sqrt{5}$, $\tan A = \frac{1}{2}$, 那么 AB 的长为_____.

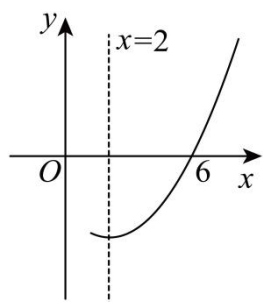


三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 计算: $\sin^2 30^\circ - \frac{1}{2 - \tan 60^\circ} - \left(\frac{\cot 45^\circ}{\cot 30^\circ} \right)^{-1}$.

20. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的部分图像如图所示, 已知它与 x 轴的一个交点坐标是 $(6, 0)$, 且对称轴是直

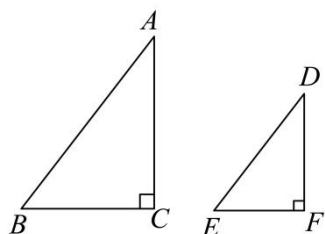
线 $x=2$.



(1) 填空：① a 与 b 的数量关系为： $b = \underline{\hspace{1cm}}$ ；② 图像与 x 轴的另一个交点坐标为 $\underline{\hspace{1cm}}$.

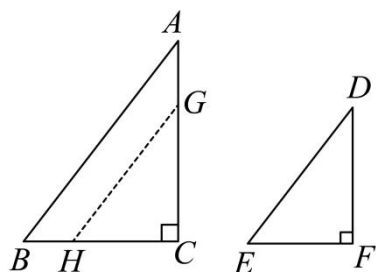
(2) 如果该函数图像经过点 $(0, -3)$ ，求它的顶点坐标.

21. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 与 $\text{Rt}\triangle DEF$ 中， $\angle C = \angle F = 90^\circ$ ， $\frac{DE}{AB} = \frac{DF}{AC}$. 求证： $\triangle DEF \sim \triangle ABC$.



以下是小明同学证明本题的过程：

证明：如图，在 AC 、 BC 上分别截取 $CG = FD$ ， $CH = FE$ ，连接 GH 。



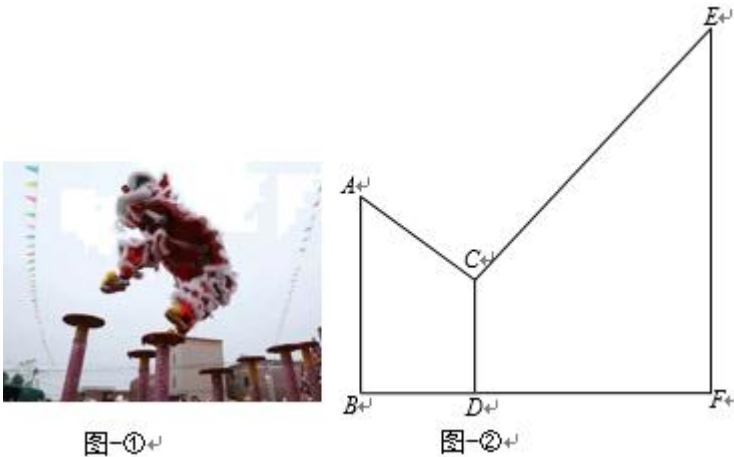
在 $\triangle GHC$ 与 $\triangle DEF$ 中， $\begin{cases} CG = FD \\ \angle C = \angle F = 90^\circ \\ CH = FE \end{cases}$ $\triangle GHC \cong \triangle DEF$	①
$\therefore GH = DE$. $\therefore \frac{DE}{AB} = \frac{DF}{AC}$，又 $CG = FD$，	②
$\therefore \frac{GH}{AB} = \frac{CG}{AC}$.	③

$\therefore GH \parallel AB.$	
$\therefore \triangle GHC \sim \triangle ABC,$ $\therefore \triangle DEF \sim \triangle ABC.$	④

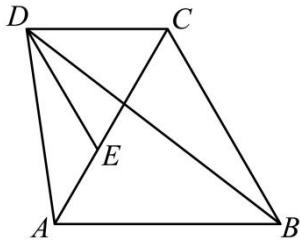
(1) 有同学认为小明的证明过程不正确，那么你认为他是从第____部分开始出现 问题（填①或②或③或④）。请简述小明出错的原因；

(2) 小红认为：本题可以用添加辅助线——平行线，构造熟悉的基本图形解决。请你用小红的思路完成本题的证明过程。

22. 舞狮文化源远流长，其中高桩舞狮是一项集体育与艺术于一体的竞技活动，也被广泛应用于各种庆典活动，成为传承中国传统文化的重要载体（如图①所示）。在舞狮表演中，梅花桩 AB 、 CD 、 EF 垂直于地面，且 B 、 D 、 F 在一直线上（如图②所示）。如果在桩顶 C 处测得桩顶 A 和桩顶 E 的仰角分别为 35° 和 47° ，且 AB 桩与 EF 桩的高度差为 1 米，两桩的距离 BF 为 2 米。



- (1) 舞狮人从 A 跳跃到 C ，随后再跳跃至 E ，所成的角 $\angle ACE = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ ；
- (2) 求桩 AB 与桩 CD 的距离 BD 的长。（结果精确到 0.01 米）
23. 已知：如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ，连接 AC 、 BD ， $\triangle ABC$ 是等边三角形， $DE \parallel BC$ ， DE 与 AC 交于点 E ， $\angle ADB = 2\angle DBC$ 。



- (1) 求证： $\triangle ADE \sim \triangle DBC$ ；

(2) 求证：点 E 是线段 AC 的黄金分割点.

24. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 上, 其 y 与 x 部分对应值如下表:

x	$\cdots$	-3	-1	0	3	2	$\cdots$
y	$\cdots$	-8	0	2	0	2	$\cdots$

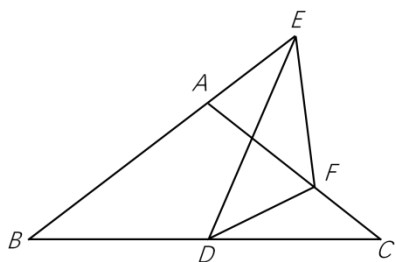
(1) 求此抛物线的表达式;

(2) 设此抛物线的顶点为 P , 将此抛物线沿着平行于 x 轴的直线 l 翻折, 翻折后得新抛物线.

①设此抛物线与 x 轴的交点为 A 、 B (点 A 在点 B 的左侧), 且 $\triangle ABP$ 的重心 G 恰好落在直线 l 上, 求此时新抛物线的表达式;

②如果新抛物线恰好经过原点, 求新抛物线在直线 l 上所截得的线段长.

25. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 5$, $BC = 8$, D 是 BC 中点, E 在 BA 延长线上, F 在 AC 边上 (F 不与点 A 、 C 重合), $\angle EDF = \angle B$.



(1) 求证: $\triangle BDE \sim \triangle CFD$;

(2) 求证: ED 平分 $\angle BEF$;

(3) 设 $CF = x$, $EF = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域;

(4) 连接 AD 、 CE , 如果四边形 $ADCE$ 有两个内角互补, 求 CF 的长.