

# 上海市青浦区 2024-2025 学年九年级上学期期末数学试卷 (一模)

(时间 100 分钟, 满分 150 分)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.

2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每小题 4 分, 满分 24 分) (每题只有一个正确选项, 在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂)

1. 如果  $x:y=2:3$ , 那么  $(x+y):y$  是 ( )

- A.  $2:5$                       B.  $5:2$                       C.  $3:5$                       D.  $5:3$

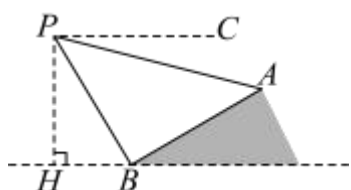
2. 已知在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C=90^\circ$ ,  $BC=3$ ,  $AB=5$ , 那么下列结论正确的是 ( )

- A.  $\sin A = \frac{3}{5}$                       B.  $\cos A = \frac{3}{5}$                       C.  $\tan A = \frac{3}{5}$                       D.  $\cot A = \frac{3}{5}$

3. 抛物线  $y=x^2+2x$  的对称轴是 ( )

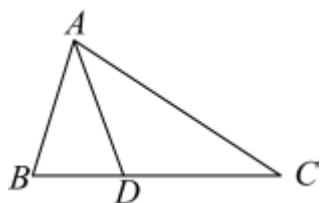
- A. 直线  $x=1$                       B. 直线  $x=-1$                       C. 直线  $x=2$                       D. 直线  $x=-2$

4. 如图, 点  $P$  是航拍飞机在某一高度时的位置,  $BH$  是地平线,  $PH \perp BH$ ,  $PC \parallel BH$ ,  $AB$  是某大型建筑物的斜面. 从点  $P$  观测点  $B$  的偏角是 ( )



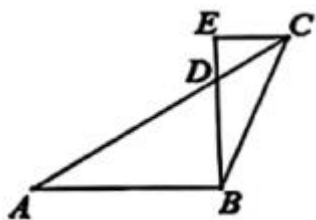
- A.  $\angle HPB$                       B.  $\angle CPB$                       C.  $\angle APB$                       D.  $\angle PBA$

5. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AC=BC$ ,  $\angle C=36^\circ$ ,  $AD$  是  $\triangle ABC$  的角平分线,  $\frac{AB}{BC}$  是 ( )



- A.  $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$                       B.  $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$                       C.  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$                       D.  $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$

6. 如图, 在  $\triangle ABC$  中, 点  $D$  在边  $AC$  上, 且  $\angle CBD = \angle A$ , 过点  $C$  的射线与  $BD$  的延长线相交于点  $E$ , 如果  $CE \parallel AB$ , 那么下列结论错误的是 ( )



- A.  $\frac{ED}{CE} = \frac{CE}{EB}$       B.  $\frac{CD}{CB} = \frac{CB}{CA}$       C.  $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{BC}$       D.  $\frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AC}$

## 二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 线段  $a = 2$  厘米,  $c = 3$  厘米, 线段  $a$  和  $c$  的比例中项  $b =$  \_\_\_\_\_ 厘米.

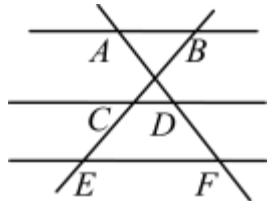
8. 如果两个相似三角形面积的比为  $1:3$ , 那么它们周长的比为\_\_\_\_\_.

9. 二次函数  $y = x^2 + 3x - 1$  的图像与  $y$  轴的交点坐标是\_\_\_\_\_.

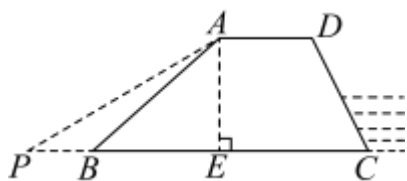
10. 二次函数  $y = x^2 - 1$  的图象在其对称轴右侧的部分是\_\_\_\_\_的 (填“上升”或“下降”).

11. 某公司 10 月份产值是 120 万元, 设第四季度每个月产值的增长率相同, 均为  $x (x > 0)$ , 如果 12 月份的产值为  $y$  万元, 那么  $y$  关于  $x$  的函数解析式为\_\_\_\_\_.

12. 如图,  $AB \parallel CD \parallel EF$ , 如果  $AD:DF = 3:2$ , 那么  $BE:CE =$  \_\_\_\_\_.



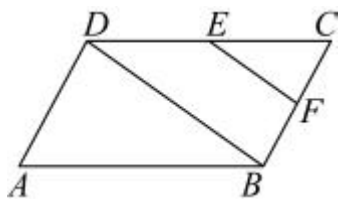
13. 如图, 梯形  $ABCD$  是某水库大坝的横截面. 已知坝高  $AE = 8\text{m}$ , 如果将坡度为  $1:\sqrt{2}$  的斜坡  $AB$  改为坡度为  $1:2$  的斜坡  $AP$ , 那么大坝底部应加宽\_\_\_\_\_m. (结果保留根号)



14. 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ , 正方形  $CEDF$  的边  $CE$  在边  $BC$  上, 顶点  $D$ 、 $F$  分别在边  $AB$ 、 $AC$  上. 如果  $BC = 3$ ,  $AC = 6$ , 那么正方形  $CEDF$  的边长是\_\_\_\_\_.

15. 已知点  $G$  是  $\triangle ABC$  的重心, 点  $D$  在边  $AC$  上, 如果  $GD \parallel BC$ , 那么  $\frac{GD}{BC} =$  \_\_\_\_\_.

16. 如图, 点  $E$ 、 $F$  分别是平行四边形  $ABCD$  的边  $DC$ 、 $BC$  的中点, 连接  $DB$ , 如果  $\overrightarrow{EF} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ , 那么向量  $\overrightarrow{AB}$  关于  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  的分解式为\_\_\_\_\_.



17. 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ , 点  $D$ 、 $E$  分别在边  $AB$ 、 $AC$  上, 且  $DE$  垂直平分  $AB$ . 联结  $BE$ , 如果  $\tan \angle A = \frac{1}{3}$ , 那么  $\cos \angle CBE =$  \_\_\_\_\_.

18. 梯形  $ABCD$  中, 已知  $AD \parallel BC$ ,  $AB = CD$ ,  $AD < BC$ ,  $AD:DC = 2:3$ . 将梯形沿过点  $D$  的直线折叠, 点  $C$  落在  $AB$  上, 记作点  $E$ , 折痕与底边  $BC$  的交点记作点  $F$ . 如果  $DF \parallel AB$ , 那么  $AE:EB =$  \_\_\_\_\_.

三、(本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 计算:  $2(1 - \cos 30^\circ) + \frac{2 \sin 60^\circ}{2 \tan 45^\circ - \cot 30^\circ}$ .

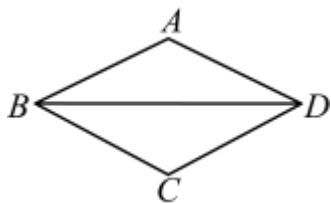
20. 抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 上部分点的横坐标  $x$ , 纵坐标  $y$  的对应值如下表.

|     |     |   |   |    |   |   |     |
|-----|-----|---|---|----|---|---|-----|
| $x$ | ... | 0 | 1 | 2  | 3 | 4 | ... |
| $y$ | ... | 3 | 0 | -1 | 0 | 3 | ... |

(1) 写出该抛物线的开口方向、对称轴及顶点的坐标;

(2) 设该抛物线与  $x$  轴相交于点  $A$  (点  $A$  在对称轴的右侧), 与  $y$  轴相交于点  $B$ , 顶点为  $C$ , 求证:  $\triangle ABC$  是直角三角形.

21. 如图, 在菱形  $ABCD$  中,  $AB = \sqrt{5}$ ,  $\tan \angle CBD = \frac{1}{2}$ .



(1) 求对角线  $BD$  的长;

(2) 求  $\sin \angle ABC$  的值.

22. 图 1 是某商场地下车库的出入口, 车辆出入时, 通常情况下只需升起“出口”或“入口”的道闸. 特殊情况, 两个道闸也可以同时升起. 图 2 是其示意图, 道闸升起过程中对边始终保持平行 (如图中升起的道闸  $EPQ_1R_1$ ), 升起的最高点不超过顶部  $CD$ . 矩形门的高  $AD = 3.6$  米, 宽  $AB = 6.6$  米. 矩形闸机的宽  $AH = BW = 0.3$  米, 矩形道闸的宽  $FG = EP = 1$  米, 道闸底部距地面  $AB$  的高度  $FH = EW = 0.2$

米. 顶点  $G$ 、 $M$ 、 $Q$ 、 $P$  在同一条直线上, 边  $MG = PQ$ , 边  $MN$  与  $QR$  之间的缝隙可以忽略不计.



图1

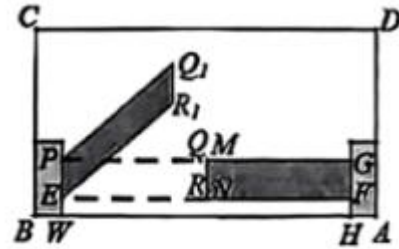
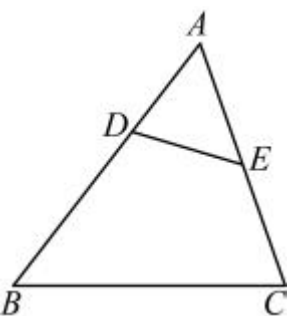


图2

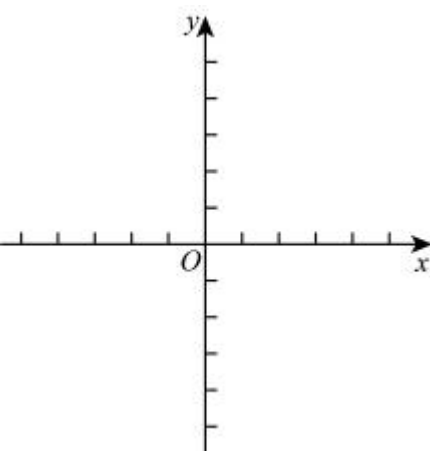
- (1) 求道闸升起的最大角的正切值;
- (2) 一辆高为 1.8 米、宽为 1.9 米的小货车想进入这个地下车库, 是否需要同时升起两个道闸? 请说明理由.

23. 已知: 如图, 点  $D$ 、 $E$  分别在  $\triangle ABC$  的  $AB$ 、 $AC$  边上,  $AE = EC$ ,  $AE^2 = \frac{1}{2} AD \cdot AB$ , 联结  $DE$ .



- (1) 求证:  $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ ;
- (2) 取  $AD$  的中点  $F$ , 联结  $EF$ 、 $BE$ , 求证:  $\angle DEF = \angle CBE$ .

24. 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y = ax^2 (a < 0)$  经过直线  $y = -x$  上的点  $A$ , 已知  $OA = 2\sqrt{2}$ .



- (1) 求该抛物线的表达式;
- (2) 将抛物线  $y = ax^2 (a < 0)$  先向右平移 1 个单位, 再向上平移  $k (k > 0)$  个单位后, 所得新抛物线与

$y$  轴相交于点  $C$ , 如果  $\tan \angle OCA = \frac{4}{9}$ .

①求  $k$  的值;

②设新抛物线的顶点为点  $D$ ，新抛物线上的点  $B$  是点  $A$  的对应点. 联结  $OD$ 、 $CD$ ，在新抛物线的对称轴上存在点  $P$ ，使得  $\angle OPB = \angle ODC$ ，求点  $P$  的坐标.

25. 已知梯形  $ABCD$  中， $AD \parallel BC$ ， $BC = 4AD$ ，点  $E$  在边  $AB$  上， $AE = 1$ ， $BE = 2$ ，联结  $DE$  .

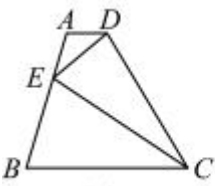


图1

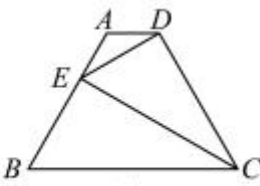


图2

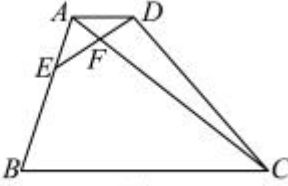


图3

(1) 如图 1，联结  $EC$ ，求  $\triangle EAD$  与  $\triangle EBC$  的面积之比;

(2) 如图 2，如果  $\angle EDC = 90^\circ$ ， $\angle DEC = \angle DCB$ ，求  $\angle B$  的正切值;

(3) 如图 3，联结  $AC$  交  $DE$  于点  $F$ ，如果  $DA^2 = DF \cdot DE$ ，且  $\frac{DE}{AC} = \cos B$ ，求边  $BC$  的长.