

2024 学年第一学期初三数学教学质量调研试卷

(考试时间: 100 分钟 满分: 150 分)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本调研卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【每小题只有一个正确选项, 在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂】

1. 如果将一个 $\triangle ABC$ 的三边长都扩大为原来的 3 倍, 那么新三角形的面积 ()
A. 扩大为原来的 3 倍
B. 扩大为原来的 9 倍
C. 没有变化
D. 无法确定
2. 在直角坐标平面 xOy 内有一点 $A(3, 4)$, 那么射线 OA 与 x 轴正半轴的夹角的正弦值等于 ()
A. $\frac{4}{5}$
B. $\frac{3}{5}$
C. $\frac{3}{4}$
D. $\frac{4}{3}$
3. 如果两个非零向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 方向相反, 且 $|\vec{a}| = 2|\vec{b}|$, 那么下列说法正确的是 ()
A. $\vec{a} + 2\vec{b} = 0$
B. $\vec{a} - 2\vec{b} = 0$
C. $\vec{a} = 2\vec{b}$
D. $\vec{a} = -2\vec{b}$
4. 已知二次函数 $y = -x^2 + 2x + 2$ 的图象上有两点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$, 如果 $x_1 < x_2 < 0$, 那么 y_1 、 y_2 的大小关系是 ()
A. $y_1 < y_2$
B. $y_1 > y_2$
C. $y_1 = y_2$
D. 无法确定
5. 二次函数 $y = (a^2 + 1)x^2 - 3x + 1$ 的图象一定不经过 ()
A. 第一象限
B. 第二象限
C. 第三象限
D. 第四象限
6. 在四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 与 BD 交于点 O , 下列说法正确的是 ()
A. 如果 $OA \cdot BD = OD \cdot AC$, 那么 $AB \parallel CD$
B. 如果 $OA \cdot OC = OD \cdot OB$, 那么 $AB \parallel CD$
C. 如果 $OA \cdot OB = OD \cdot OC$, 那么 $AB \parallel CD$
D. 如果 $OA \cdot OD = OB \cdot OC$, 那么 $AB \parallel CD$

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 如果 $\frac{a}{b} = \frac{3}{2}$, 那么 $\frac{a-b}{a+b} =$ _____

8. 已知线段 $a=3$, $b=6$, 线段 c 是线段 a 、 b 的比例中项, 那么线段 c 的长是_____.

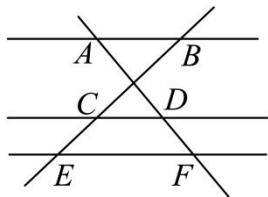
9. 计算: $2(\vec{a}-3\vec{b})+5\vec{b} =$ _____.

10. 已知抛物线 $y=(k+2)x^2+6x-5$ 的开口向下, 那么 k 的取值范围是_____.

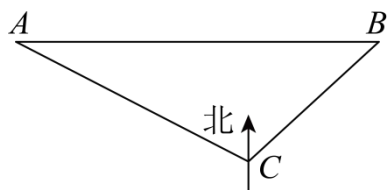
11. 如果两个相似三角形的对应中线之比为 $2:3$, 那么它们的对应高之比为_____.

12. 已知点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 上, 如果 $\frac{AD}{AB}=\frac{1}{3}$, 那么 $\frac{AE}{EC}$ 的值为_____时, $DE \parallel BC$.

13. 如图, $AB \parallel CD \parallel EF$, 如果 $AD=2$, $DF=1.5$, $BC=2.4$, 那么 BE 的长是_____.

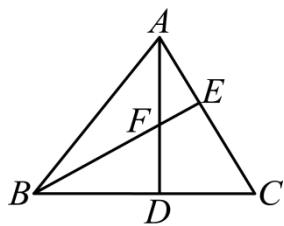


14. 如图, 点 A 位于点 C 的北偏西 60° 方向, 点 B 位于点 C 的东北方向, 线段 AB 为一条东西向的公路的一部分, 如果点 C 到公路 AB 的距离是 $100\sqrt{3}$ 米, 那么公路 AB 的长为_____.

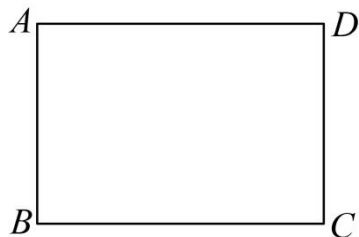


15. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=3$, $BC=2$, 那么 $\angle BAC$ 的正弦值等于_____.

16. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, 高 AD 、 BE 相交于点 F , $\tan C = \frac{3}{2}$, $BD=CE=6$, 那么 EF 的长为_____.

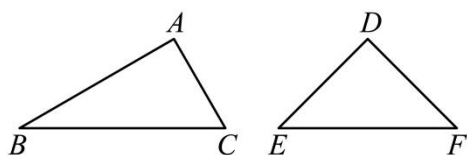


17. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=4$, $BC=6$. 点 E 在边 AD 上, 连接 BE , 将 $\triangle ABE$ 沿着 BE 翻折, 点 A 的对应点是点 F , 连接 FD . 如果 $FD \parallel BE$, 那么点 F 到 CD 的距离为_____.



18. 如图, 在一副三角尺中, $\angle BAC = \angle EDF = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $\angle E = 45^\circ$, $AB = EF$, 分别过点 A 、

点 D 画 AG 、 DH 交边 BC 、边 EF 于点 G 、点 H ，如果 AG 分割 $\triangle ABC$ 得到的两个三角形与 DH 分割 $\triangle DEF$ 得到的两个三角形分别相似，那么 $\frac{AG}{DH}$ 的值为_____.

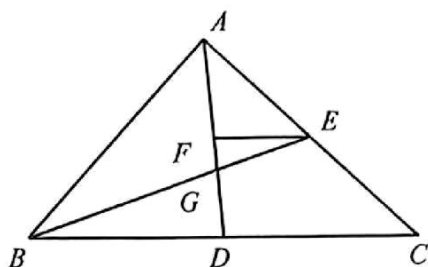


三、解答题 (本大题共 7 题，满分 78 分)

【将下列各题的解答过程，做在答题纸的相应位置上】

19. 计算: $\frac{1}{6} \cot 30^\circ + \frac{\tan 30^\circ + \sin 60^\circ}{2 \cos^2 45^\circ}$.

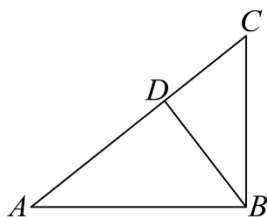
20. 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中，中线 AD 、 BE 交于点 G ， $EF \parallel BC$ 交 AD 于点 F .



(1) 如果 $FG=1$ ，求 GD 和 AF 的长；

(2) 如果 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ ，那么 $\overrightarrow{EF} =$ _____。(用含向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的式子表示)

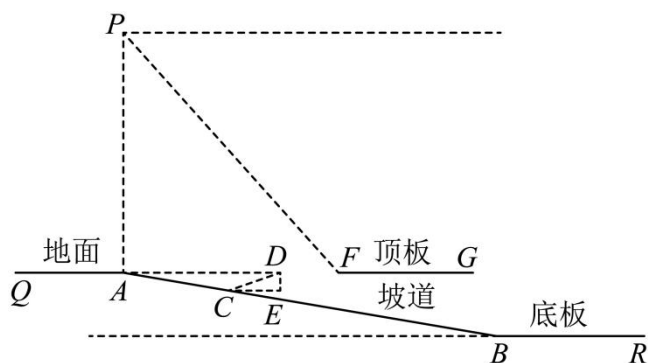
21. 如果一个锐角的正弦值等于黄金分割数，那么我们称这个角叫做黄金角。如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\angle A$ 是黄金角，点 D 在边 AC 上，且 $\frac{CD}{AD} = \frac{AD}{AC}$ ，连接 BD 。



(1) 找出图中相等的线段并说明理由；

(2) 如果 $AB=6$ ，求 BD 的长。

22. 如图是某地下车库的剖面图，某综合实践小组将无人机放在坡道起点 A 处，让无人机飞到点 D 处， AD 与底板 BR 平行，测得 $AD=11.6$ 米，此时在点 D 处又测得坡道 AB 上的点 C 的俯角为 26.6° 。接着让无人机飞到点 E 处， $DE \perp AD$ ， CE 与底板 BR 平行，测得 $DE=1.8$ 米。

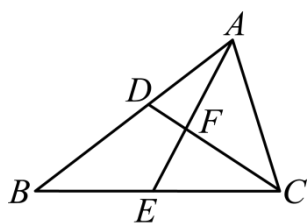


(1) 求坡道 AB 的坡度；

(2) 已知地面 QA 、地下车库的顶板 FG 都与底板 BR 平行且它们到底板 BR 的距离相等，无人机从点 A 飞到点 P 处， $AP \perp AD$ ，测得 $AP = 16.4$ 米，此时在点 P 处测得点 F 的俯角为 45° ，在不考虑其他因素的前提下，有一辆高度为 3 米的货车能否进入该地下车库？请说明理由。

(参考数据： $\sin 26.6^\circ \approx 0.45$ ， $\cos 26.6^\circ \approx 0.89$ ， $\tan 26.6^\circ \approx 0.5$)

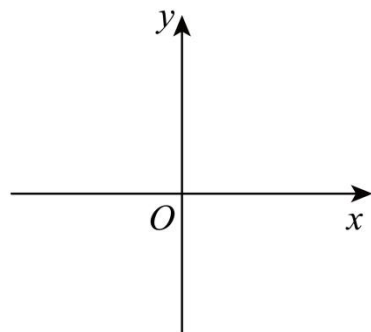
23. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 AB 、 BC 上，连接 CD 、 AE 交于点 F ， $AF = FC$ ， $\angle ADC = \angle ACB$ 。



(1) 求证： $AC^2 = CD \cdot AE$ ；

(2) 如果点 E 是边 BC 的中点，求证： $BC^2 = 2AD \cdot AB$ 。

24. 如图，在直角坐标平面 xOy 内，以点 C 为顶点的抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过点 $A(4, 3)$ ，且与 y 轴交于点 B ，对称轴为直线 $x = 2$ 。



(1) 求抛物线的表达式；

(2) 平移上述抛物线，所得的新抛物线的对称轴为直线 $x = t$ ，顶点为点 P 。

①联结 AB ，如果点 P 在 x 轴上且新抛物线与线段 AB 有公共点，求 t 的取值范围；

②设新抛物线与直线 $x = 2$ 交于点 D ，如果点 P 在原抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 上，且在直线 $x = 2$ 的右侧， $\angle CPD = 2\angle CBO$ ，求点 P 的坐标.

25. 已知在 $\triangle ABC$ 中， $AC = BC$ ，点 D 、 E 、 F 分别在边 AB 、 AC 、 BC 上，且 $\angle ADE = \angle BDF$ ，连接 EF 。

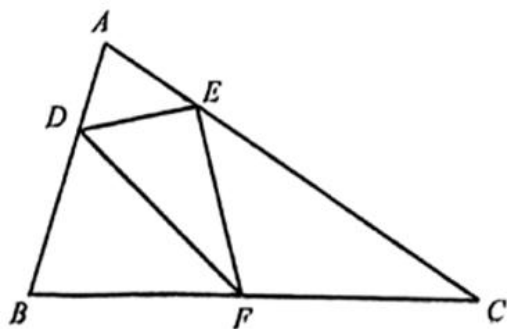


图 1

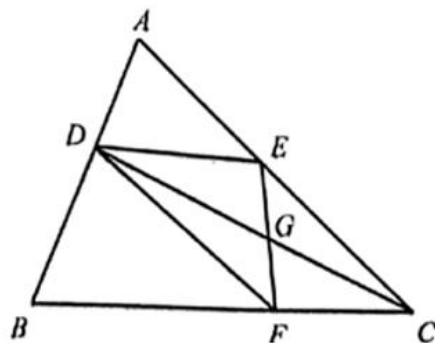


图 2

(1) 如图 1，如果 $BD = \frac{4}{7}AB$ ， $DE \perp EF$ ，求 $\angle EDF$ 的余切值；

(2) 如图 2，连接 CD 交 EF 于点 G ，如果 $\frac{AE}{BF} = \frac{2EG}{3GF}$ ，求 $\frac{EC}{FC}$ 的值；

(3) 如果 $AE = 2$ ， $EC = 1$ ， $\angle CEF = \angle AED$ ， $\triangle ADE$ 与 $\triangle EFC$ 相似，求 AD 的长。