

松江区 2024 学年度第一学期期末质量监控试卷

初三数学

(满分 150 分, 完卷时间 100 分钟)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题; 没有特殊说明, 几何题均视为在同一个平面内研究问题.
2. 答题时, 务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

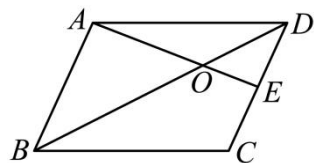
一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 3$, $AC = 2$, 下列结论正确的是 ()

A. $\tan A = \frac{2}{3}$ B. $\cot A = \frac{2}{3}$ C. $\sin A = \frac{2}{3}$ D. $\cos A = \frac{2}{3}$

2. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, E 是边 CD 的中点, AE 交 BD 于点 O , 如果 $\triangle DOE$ 的面积为 1, 那么 $\triangle ABO$ 的面积为 ()

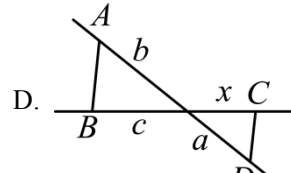
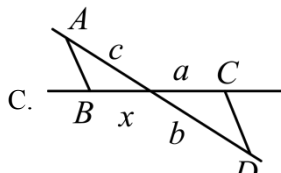
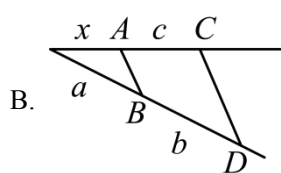
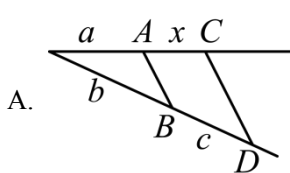


- A. 2 B. 4 C. 6 D. 9

3. 已知 $A(-1, y_1)$ 、 $B(3, y_2)$ 是抛物线 $y = x^2 - 2x + c$ 上两点, 那么 y_1 与 y_2 的大小关系是 ()

- A. $y_1 > y_2$ B. $y_1 < y_2$ C. $y_1 = y_2$ D. 无法确定

4. 已知线段 a 、 b 、 c , 求作线段 x , 使 $x = \frac{ac}{b}$. 下列作图方法中 ($AB \parallel CD$) 不合理的是 ()



5. 已知 $\vec{a} + \vec{b} = 2\vec{c}$, $\vec{a} - \vec{b} = 3\vec{c}$, 且 $\vec{c}$ 是非零向量. 那么下列说法中正确的是 ()

- A. $\vec{a} \parallel \vec{b} \parallel \vec{c}$ B. $\vec{a} \parallel \vec{b}$, $\vec{a}$ 与 $\vec{c}$ 不平行
C. $\vec{a} \parallel \vec{c}$, $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 不平行 D. $\vec{b} \parallel \vec{c}$, $\vec{b}$ 与 $\vec{a}$ 不平行

6. 已知命题:

①两边及第三边上的中线对应成比例的两个三角形相似;

②两边及第三边上的高对应成比例的两个三角形相似.

下列对这两个命题的判断, 正确的是 ()

A. ①和②都是真命题

B. ①和②都是假命题

C. ①是真命题, ②是假命题

D. ①是假命题, ②是真命题

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 已知一斜坡的坡度为 1:1, 则该斜坡坡角 $\alpha =$ _____ 度.

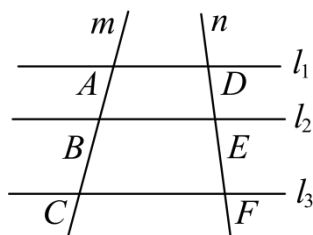
8. 已知抛物线 $y = a(x-3)^2$ 经过点 $A(2,1)$, 那么该抛物线的开口方向是 _____.

9. 将抛物线 $y = x^2 - 1$ 向左平移 2 个单位后, 所得到的新抛物线的表达式是 _____.

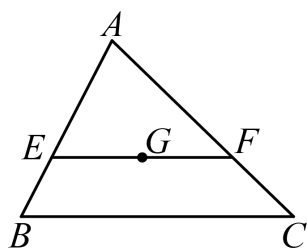
10. 已知线段 $AB = 6 \text{ cm}$, P 是线段 AB 的黄金分割点, 且 $AP > BP$, 那么 $AP =$ _____ cm .

11. 如图, 已知直线 l_1, l_2, l_3 分别与直线 m 交于点 A, B, C , 与直线 n 交于点 D, E, F , 如果 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$,

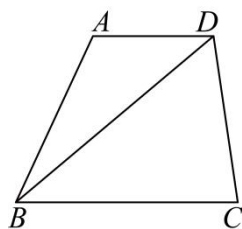
$AB = \frac{2}{3}BC$, $DF = 10$. 那么 $DE =$ _____.



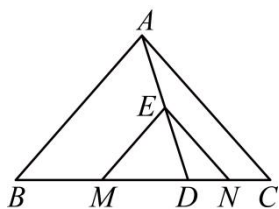
12. 如图, 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, EF 经过点 G , 且 $EF \parallel BC$. 那么 $\triangle AEF$ 的周长与 $\triangle ABC$ 的周长之比为 _____.



13. 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $BC = 2AD$, 设 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{BD}$ 可以用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示为 _____.

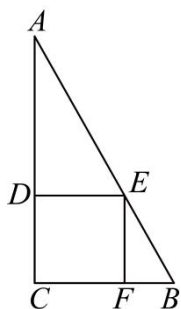


14. 如图, D 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上一点, E 是 AD 的中点, $EM \parallel AB$, $EN \parallel AC$. 如果 $BC = 6$, 那么 MN 的长度为_____.

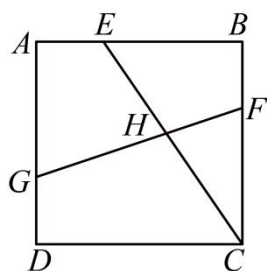


15. 一位运动员推铅球, 铅球运行过程中离地面的高度 y (米) 关于水平距离 x (米) 的函数解析式为 $y = -\frac{1}{12}x^2 + \frac{2}{3}x + c$, 如果铅球落到地面时运行的水平距离为 10 米, 那么铅球刚出手时离地面的高度是_____米.

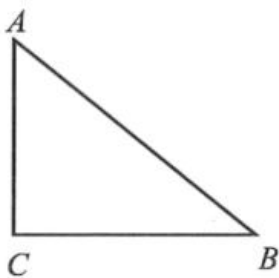
16. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 正方形 $CDEF$ 的顶点 D 、 E 、 F 分别在边 AC 、 AB 、 BC 上, 如果 $AE = 2BE$, 且 $S_{\triangle ABC} = 36$. 那么正方形 $CDEF$ 的面积为_____.



17. 如图, 正方形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 、 G 分别在边 AB 、 BC 、 AD 上, 且 $AE = BF = DG$, 连接 CE 、 FG , 交于点 H , 如果 $AE : BE = 1 : 2$, 那么 $\frac{GH}{HF}$ 的值为_____.



18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\tan B = \frac{4}{5}$, E 是边 AB 上一点, 将 $\triangle BCE$ 沿直线 CE 翻折, 点 B 的对应点为 B' , 如果 $AB' \parallel BC$, 那么 $\frac{AE}{EB}$ 的值为_____.



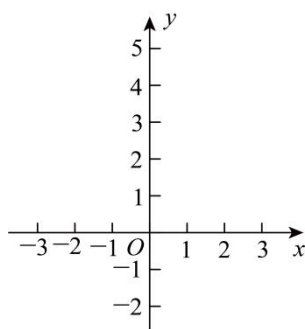
三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 已知: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} (a \neq b)$

(1) 如果 $a=1$, $b=2$, $c+d=6$, 求 c 、 d 的值;

(2) 求证: $\frac{b-a}{d-c} = \frac{b}{d}$.

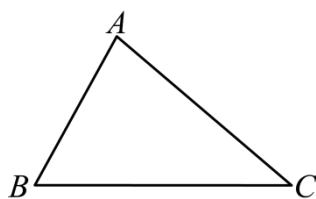
20. 已知一条抛物线的顶点为 $A(1,3)$, 且经过点 $B(0,2)$.



(1) 求该抛物线的表达式;

(2) 若点 $C(3,t)$ 在该抛物线上, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

21. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=60^\circ$, $BC=6$, $S_{\triangle ABC} = 6\sqrt{3}$.



(1) 求 AB 的长;

(2) 在 BC 边上取一点 D , 使 $CD=2$, 连接 AD , 求 $\angle CAD$ 的正切值.

22. 图 1 是一款高清视频设备. 图 2 是该设备放置在水平桌面上的示意图, BA 垂直于水平桌面 l , 垂足为点 A , 点 C 处有一个摄像头. 经测量, $AB=42$ 厘米, $BC=30$ 厘米, $\angle ABC=127^\circ$.

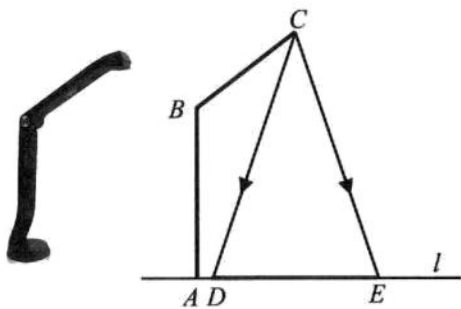
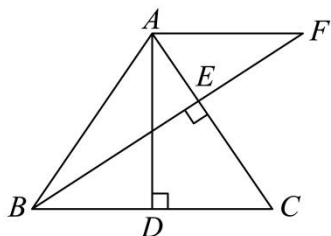


图 1

图 2

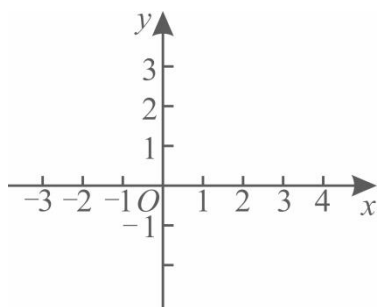
- (1) 求摄像头 C 到桌面 l 的距离;
 - (2) 如果摄像头可拍摄的视角 $\angle DCE = 37^\circ$, 且 $CD = CE$, 求桌面上可拍摄区域的宽度 (DE 的长).
- (参考数据: $\sin 37^\circ = 0.6$, $\cos 37^\circ = 0.8$, $\tan 37^\circ = 0.75$.)

23. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $AD \perp BC$, $BE \perp AC$, 垂足分别为点 D , 点 E . $AF \parallel BC$, 交 BE 的延长线于点 F .



- (1) 求证: $\frac{AE}{AF} = \frac{CD}{AC}$;
- (2) 求证: $2AB \cdot AD = BF \cdot BC$.

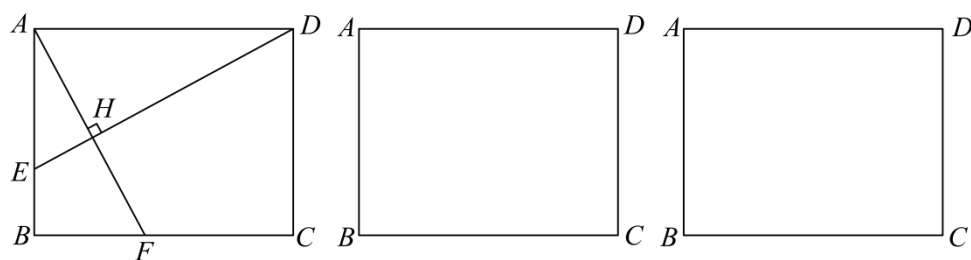
24. 在平面直角坐标系 xOy 中 (如图), 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + 2$ 的图像与 x 轴负半轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B , 且 $OA = OB$.



- (1) 当 $x = -\frac{1}{a}$ 时, 求该二次函数的函数值;
- (2) 定义: 对于一个函数 $y = f(x)$, 满足 $f(x) = x$ 的实数 x 叫做这个函数的不动点. 如果二次函数 $y = ax^2 + bx + 2$ 存在唯一的一个不动点, 试求出这个不动点;

(3) 将 $\triangle AOB$ 绕点 B 逆时针旋转，点 O 落在点 C 处，点 A 落在点 D 处，当四边形 $ABCD$ 是梯形时，点 C 恰好落在该二次函数图像上，求该二次函数的解析式。

25. 在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 8$ ， $AD = 10$ ．点 E 、 F 分别在边 AB 、 BC 上， $AF \perp DE$ ，垂足为点 H ．



题图

备用图 1

备用图 2

- (1) 求 $AF:DE$ 的值；
- (2) 当 $HF = 2EH$ 时，求 AE 的长；
- (3) 连接 CH ，如果 $\triangle CDH$ 是等腰三角形，求 $\angle EDC$ 的正切值。