

2024 学年度第一学期期末九年级自适应练习

数学学科

考生注意:

1. 本试卷共 25 题.
2. 试卷满分 150 分. 考试时间 100 分钟.
3. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
4. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 下列函数中, y 关于 x 的二次函数的是 ()

A. $y = \frac{1}{x^2}$

B. $y = 2x$

C. $y = (x+2)^2$

D. $y = ax^2 + bx + c$

2. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 如果 $\sin B = \frac{3}{5}$, 那么 $\cos A$ 的值是 ()

A. $\frac{3}{4}$

B. $\frac{3}{5}$

C. $\frac{4}{5}$

D. $\frac{4}{3}$

3. 下列二次函数的图像中, 以直线 $x=1$ 为对称轴的是 ()

A. $y = x^2 + 1$

B. $y = x^2 - 1$

C. $y = (x+1)^2$

D. $y = (x-1)^2$

4. 设非零向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$, 如果 $\vec{a} + 3\vec{b} = \vec{0}$, 那么下列说法中错误的是 ()

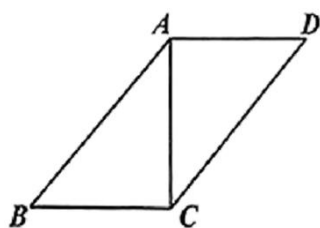
A. $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 方向相同

B. $\vec{a} \parallel \vec{b}$

C. $\vec{a} = -3\vec{b}$

D. $|\vec{a}| = 3|\vec{b}|$

5. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, AC 为对角线, $AB = DC$, 如果要证得 $\triangle ABC$ 与 $\triangle CDA$ 全等, 那么可以添加的条件是 ()



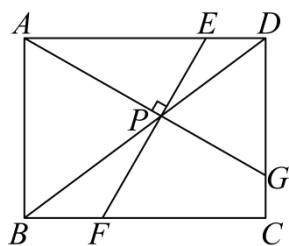
A. $AD \parallel BC$

B. $\angle B = \angle D$

C. $\angle B = \angle ACD$

D. $\angle ACB = \angle CAD = 90^\circ$

6. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, 点 P 在对角线 BD 上, 延长 AP 交 DC 于点 G , 过点 P 作 $EF \perp AG$, 分别交 AD 、 BC 于点 E 、 F , $AB=3$, $AD=4$. 如果 $\angle AEP = \angle APB$, 那么 AP 的长是 ()



- A. 2 B. 3 C. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{7\sqrt{5}}{5}$

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 已知 $\frac{x+y}{y} = \frac{5}{3}$, 那么 $\frac{x}{y} =$ _____.

8. 已知正比例函数 $y = (k-1)x$ 的图像经过第二、四象限, 那么 k 的取值范围是 _____.

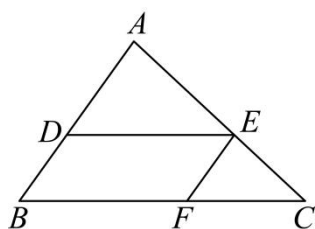
9. 已知二次函数 $y = (x-2)^2 + m$ 的图像经过原点, 那么 $m =$ _____.

10. 已知抛物线 $y = x^2 - c$ 经过点 $A(-1, y_1)$ 、 $B(4, y_2)$, 那么 y_1 _____ y_2 . (填 “>”、“<”、或 “=”)

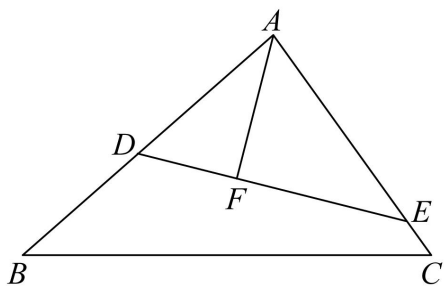
11. 已知抛物线 $y = ax^2 - 2x$ 的开口向上, 那么此抛物线的顶点在第 _____ 象限.

12. 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, AD 是边 BC 上的高, $\cot \angle DAC = \frac{2}{3}$. 如果 $BD = 4$, 那么 $AD =$ _____.

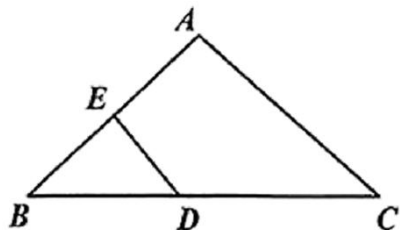
13. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 、 F 分别在边 AB 、 AC 、 BC 上, $DE \parallel BC$, $EF \parallel AB$. 如果 $\frac{DE}{BC} = \frac{3}{5}$, $AB = 15$, 那么 $EF =$ _____.



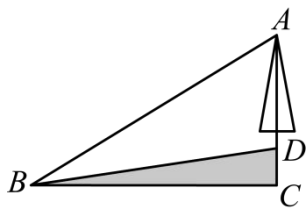
14. 如图, D 、 E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 上的点, $\angle AED = \angle B$, $AF \perp DE$, 垂足为点 F . 如果 $AF = 2$, $BC = 6$, $\triangle ABC$ 的面积为 9, 那么 $\triangle ADE$ 的面积为 _____.



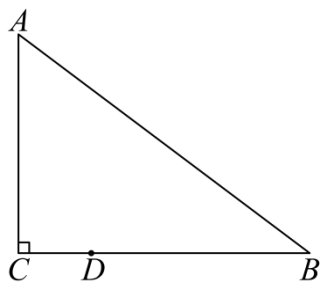
15. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， AB 的中垂线 DE 分别与 AB 、 BC 交于点 E 、 D 。如果 $BD = 4$ ， $DC = 5$ ，那么 $\angle B$ 的余弦值为_____。



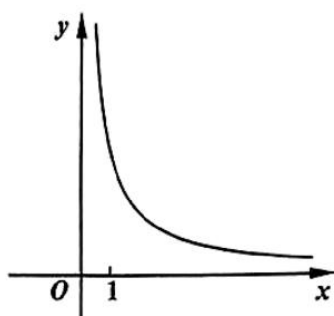
16. 如图，斜坡 BD 的长为 7 米，在斜坡 BD 的顶部 D 处有一棵高为 3 米的小树 AD （点 A 、 D 、 C 在一直线上）， $AC \perp BC$ ，在坡底 B 处测得树的顶端 A 的仰角为 30° ，那么这个斜坡的坡度为_____。



17. $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 6$ ， $BC = 8$ ，点 D 在边 BC 上， $CD = 2$ ，如图所示。点 E 在边 AB 上，将 $\triangle BDE$ 沿着 DE 翻折得 $\triangle B'DE$ ，其中点 B 与点 B' 对应， $B'E$ 交边 AC 于点 G ， $B'D$ 交 AC 的延长线于点 H 。如果 $\triangle B'HG$ 是等腰三角形，那么 $BE =$ _____。



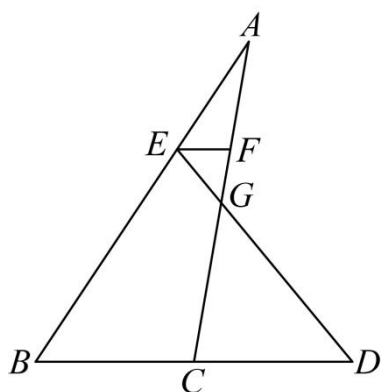
18. 在平面直角坐标系 xOy 中（如图），点 A 、 B 在反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 位于第一象限的图像上，点 B 的横坐标大于点 A 的横坐标， $OA = OB$ 。如果 $\triangle OAB$ 的重心恰好也在这个反比例函数的图像上，那么点 A 的横坐标为_____。



三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. 计算： $2\cos 30^\circ + 4\sin^2 60^\circ - \frac{\cot 30^\circ}{3\tan 30^\circ - \tan 45^\circ}$.

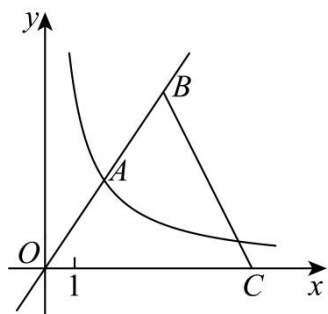
20. 如图，已知点 E 、 F 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AB 和 AC 上， $EF \parallel BC$ ， $BE = 2AE$ ，点 D 在 BC 的延长线上， $BC = CD$ ，连接 ED 与 AC 交于点 G .



(1) 求 $\frac{EG}{GD}$ 的值；

(2) 设 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{BD} = \vec{b}$ ，那么 $\overrightarrow{AC} =$ _____， $\overrightarrow{EG} =$ _____。（用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示）

21. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，经过原点 O 的直线与双曲线 $y = \frac{6}{x}$ 交于点 $A(2, m)$ ，点 B 在射线 OA 上，点 C 的坐标为 $(7, 0)$.

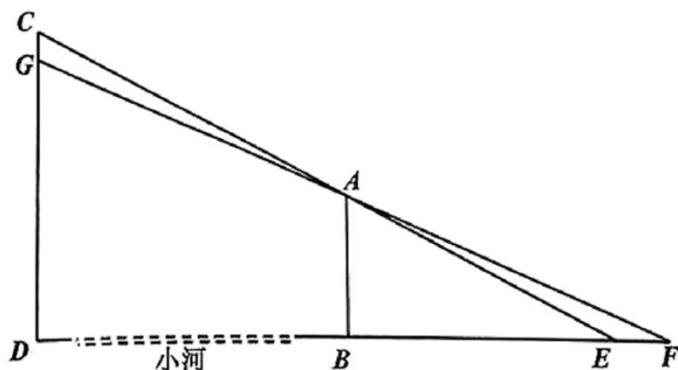


(1) 求直线 OA 的表达式；

(2) 如果 $\tan \angle BCO = 2$ ，求点 B 的坐标.

22. 如图，已知小河两岸各有一栋大楼 AB 与 CD ，由于小河阻碍无法直接测得大楼 CD 的高度. 小普同学

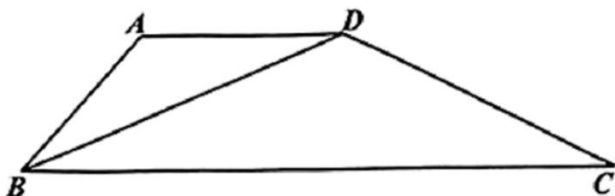
设计了如下的测量方案: 将激光发射器分别置于地面点 E 和点 F 处, 发射的两束光线都经过大楼 AB 顶端 A , 并分别投射到大楼 CD 最高一层 CG 的顶端 C 和其底部 G 处, 并测得 $EF = 6\text{m}$, $\angle AEB = 26.6^\circ$, $\angle AFB = 22.6^\circ$. (点 D 、 B 、 E 、 F 在同一水平线上)



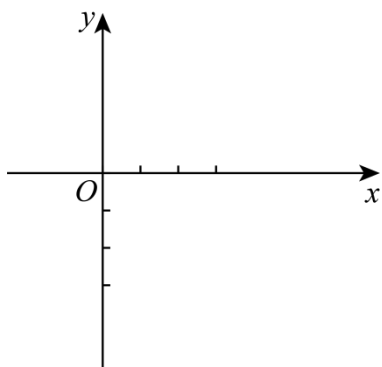
- (1) 小普同学发现, 根据现有数据就能测出大楼 AB 的高度, 试求出大楼 AB 的高度;
- (2) 为了能测得大楼 CD 的高度, 小普同学又获信息: 这两栋大楼每层的高度都相同, 大楼 AB 共有五层. 据此信息能否测得大楼 CD 的高度? 如果可以, 试求出大楼 CD 的高度; 如果不可以, 说明理由.

(参考数据: $\sin 22.6^\circ \approx \frac{5}{13}$, $\cos 22.6^\circ \approx \frac{12}{13}$, $\tan 22.6^\circ \approx \frac{5}{12}$, $\sin 26.6^\circ \approx \frac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos 26.6^\circ \approx \frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\tan 26.6^\circ \approx \frac{1}{2}$)

23. 已知: 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, BD 为对角线, $BD^2 = AD \cdot BC$.



- (1) 求证: $\angle ABD = \angle C$;
 - (2) E 为 BC 的中点, 作 $\angle DEF = \angle C$, EF 交边 AD 于点 F , 求证: $2AB \cdot DE = BD \cdot EF$.
24. 在平面直角坐标系 xOy 中 (如图). 已知抛物线 $y = ax^2 + bx - 3$ ($a \neq 0$) 的顶点 A 的坐标为 $(1, -2)$, 与 y 轴交于点 B . 将抛物线沿射线 BA 方向平移, 平移后抛物线的顶点记作 M , 其横坐标为 m . 平移后的抛物线与原抛物线交于点 N , 且设点 N 位于原抛物线对称轴的右侧, 其横坐标为 n .



- (1) 求原抛物线的表达式;
- (2) 求 m 关于 n 的函数解析式;
- (3) 在抛物线平移过程中, 如果 $\angle NBM$ 是锐角, 求平移距离的取值范围.

25. 在八年级的时候, 我们曾经一起研究过一种三角形: 如果三角形的一个角的平分线与一条边上的中线互相垂直, 那么这个三角形叫做“线垂”三角形, 这个角叫做“分角”. 它的一个重要性质为: “分角”的两边成倍半关系. 这个性质的逆命题也成立.

利用以上我们研究得到的结论, 解决以下问题:

已知 $\triangle ABC$ 是“线垂”三角形, $AB < BC$, $\angle ABC$ 是 $\triangle ABC$ 的“分角”.

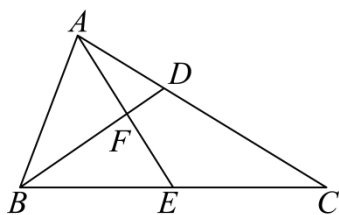


图1

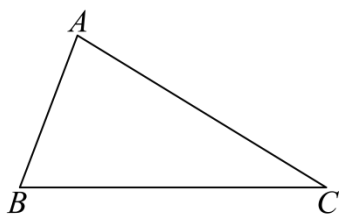


图2

- (1) 如图 1, BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, AE 是 $\triangle ABC$ 的中线, AE 与 BD 相交于点 F . 求 $BF:FD$ 的值;
- (2) 在图 2 中画 $\triangle ABC$ 的一条分割线, 使所分成的两个三角形都成为“线垂”三角形, 并指出各自的“分角”, 说明理由;
- (3) 在 (2) 的条件下, 记分割得到的两个三角形“分角”的平分线交于点 O , 点 O 与点 A 、 B 、 C 的距离分别为 a 、 b 、 c , 求 a 、 b 、 c 满足的等量关系.