

2024 学年第一学期期末学业质量调研 九年级数学

(满分 150 分, 完卷时间 100 分钟)

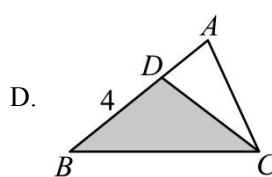
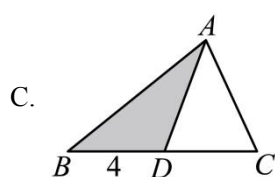
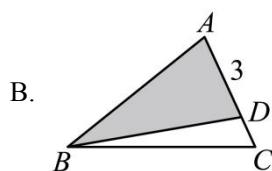
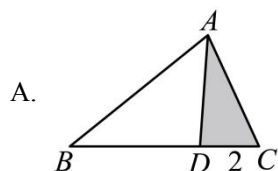
考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

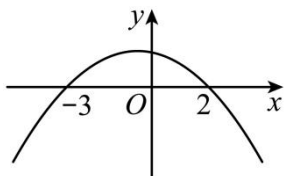
1. 如果斜坡的坡度 $i = 1 : \sqrt{3}$, 那么斜坡的坡角等于 ()
A. 15° B. 30° C. 45° D. 60°
2. 在锐角 ABC 中, 如果各边长都缩小为原来的 $\frac{1}{2}$, 那么 $\angle A$ 的正弦值 ()
A. 扩大为原来的 2 倍 B. 缩小为原来的 $\frac{1}{2}$
C. 大小不变 D. 不能确定
3. 如果抛物线 $y = (m-1)x^2 + mx$ 的顶点是它的最高点, 那么 m 的取值范围是 ()
A. $m > 0$ B. $m < 0$ C. $m > 1$ D. $m < 1$
4. 已知直线 l 上三点 A 、 B 、 C , 且 $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$, 下列说法正确的是 ()
A. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CB}$ B. $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA}$ C. $\overrightarrow{CA} = 2\overrightarrow{BC}$ D. $\overrightarrow{CA} = 2\overrightarrow{BA}$
5. 如图, 在三角形纸片 ABC 中, $AB = 6$, $AC = 4$, $BC = 8$, 沿虚线剪下的涂色部分的三角形与 ABC 相似的是 ()



6. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 给出下列结论: ① $c > 0$; ② $-\frac{b}{2a} < 0$; ③ $a + b + c < 0$;

④当 $-3 < x < 2$ 时, $y > 0$.

其中所有正确结论的序号是 ()



A. ①②③

B. ①②④

C. ①③④

D. ②③④

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. 如果 $\frac{x}{y} = 3$, 那么 $\frac{x-y}{y}$ 的值为_____.

8. 计算: $3(\vec{a} + \vec{b}) - \frac{1}{2}(\vec{a} - 2\vec{b}) =$ _____

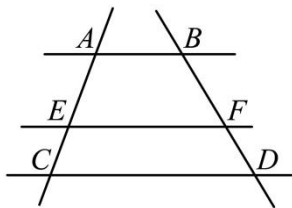
9. 如果将抛物线 $y = (x-1)^2 + 2$ 向左平移 3 个单位, 那么所得抛物线的表达式是_____.

10. 已知 $\vec{a}$ 与单位向量 $\vec{e}$ 方向相反, 且长度为 5, 那么 $\vec{a} =$ _____. (用含向量 $\vec{e}$ 式子表示 $\vec{a}$)

11. 如果线段 AB 的长为 2, 点 P 是线段 AB 的黄金分割点, 那么较短的线段 $AP =$ _____.

12. 若两个相似三角形的相似比是 1: 2, 则它们的面积比是_____.

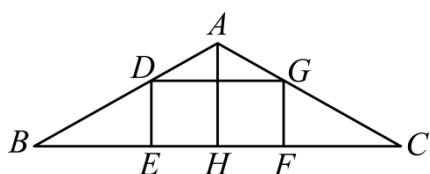
13. 如图, $AB \parallel CD \parallel EF$, $AE:CE = 3:2$, $BF = 6$, 那么 BD 的长等于_____.



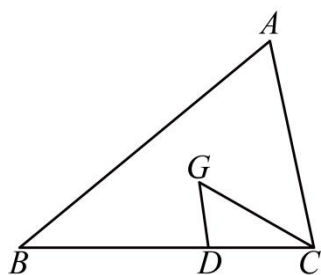
14. 点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 上, 如果 $\frac{AD}{AB} = \frac{3}{5}$, 那么 $\frac{AE}{CE} =$ _____时, $DE \parallel BC$.

15. 已知点 $A(-1, y_1)$ 、 $B(1, y_2)$ 都在抛物线 $y = ax^2 + 4ax$ ($a < 0$) 的图像上, 那么 y_1 与 y_2 的大小关系是 y_1 _____ y_2 . (填 “>”、“<” 或 “=”)

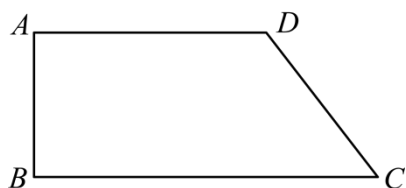
16. 如图, 长方形 $DEFG$ 的边 EF 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上, 顶点 D 、 G 分别在 AB 、 AC 上. 已知 $\triangle ABC$ 的边 BC 长 120cm, 高 AH 为 40cm, 且长方形 $DEFG$ 的长 DG 是宽 DE 的 2 倍, 那么 DE 的长度是 _____ cm.



17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 G 是重心, 过点 G 作 $GD \parallel AC$, 交 BC 于点 D , 连接 CG , 如果 $S_{\triangle GCD} = 2$, 那么 $S_{\triangle ABC} = \underline{\hspace{2cm}}$.



18. 四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 5$, $BC = 12$, $AD = 8$, 将 AB 沿过点 A 的一条直线折叠, 点 B 的对称点落在四边形 $ABCD$ 的对角线上, 折痕交边 BC 于点 P (点 P 不与点 B 重合), 那么 PC 长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



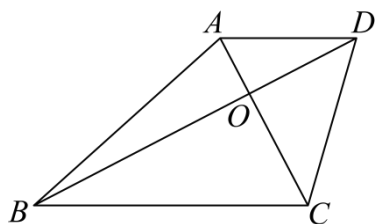
三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 计算: $\tan^2 60^\circ + \frac{\cot 45^\circ - \cos 30^\circ}{2 \sin 30^\circ}$.

20. 已知抛物线 $y = x^2 - 2x - 3$ 的顶点为 P , 与 y 轴相交与点 Q .

- (1) 求点 P 、 Q 的坐标;
- (2) 将该二次函数图像向上平移, 使平移后所得图像经过坐标原点, 与 x 轴的另一个交点为 M , 求 $\sin \angle OMQ$ 的值.

21. 如图, 四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, AC 与 BD 相交于点 O , $BO = 16$, $DO = 8$, $AO = 5$.

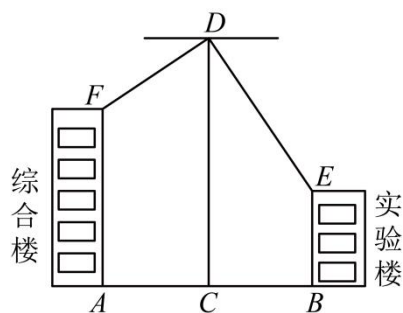


- (1) 求 CO 的长;

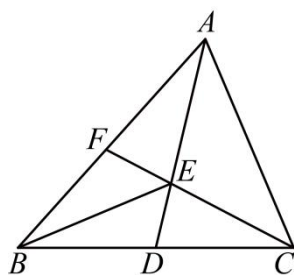
(2) 设 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 试用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{CO}$.

22. 九年级数学活动小组用航拍无人机进行测高实践. 如图, 无人机从地面 AB 的中点 C 处竖直上升 20 米到达 D 处, 测得实验楼顶部 E 的俯角为 55° , 综合楼顶部 F 的俯角为 37° , 已知实验楼 BE 高度为 8 米, 且图中点 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 在同一平面内, 求综合楼 AF 的高度.

(参考数据: $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$; $\sin 55^\circ \approx 0.82$, $\cos 55^\circ \approx 0.57$, $\cot 55^\circ \approx 0.70$, 精确到 0.1 米.)



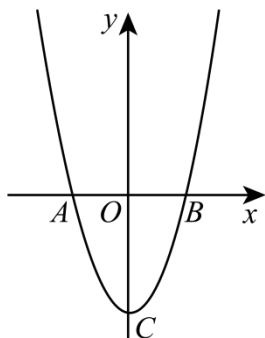
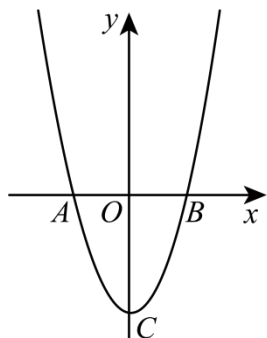
23. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是边 BC 上的中线, 点 E 在 AD 上 (不与 A 、 D 重合), 联结 BE 、 CE , 并延长 CE 交 AB 于点 F , $\angle DCE = \angle DAC$.



(1) 求证: $\triangle DBE \sim \triangle DAB$;

(2) 当 $\angle BED = \angle ACF$ 时, 求证: $\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AE}$.

24. 已知在直角坐标平面 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 经过点 $A(-2, 0)$ 、 $B(2, 0)$ 、 $C(0, -4)$ 三点.



备用图

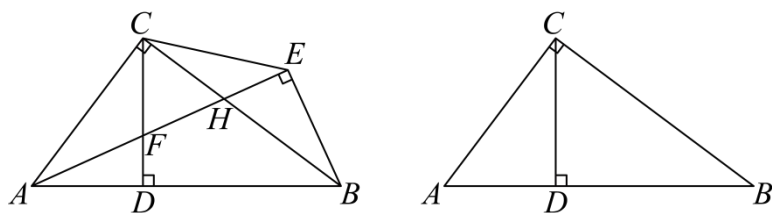
(1) 求该抛物线的表达式:

(2) 点 P 是抛物线上在第一象限内的动点, 点 P 的横坐标为 m

①如果 $\triangle PAC$ 是以 PC 为斜边的直角三角形, 求 m 的值;

②在 y 轴正半轴上存在点 H , 当线段 PH 绕点 H 逆时针方向旋转 90° 时, 恰好与抛物线上的点 Q 重合, 此时点 Q 的横坐标为 $n(n > 0)$, 求 $n - m$ 的值.

25. 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 6$, $BC = 8$, $CD \perp AB$, 垂足为 D , 点 F 是线段 CD 上一点 (不与 C 、 D 重合), 过点 B 作 $BE \perp AF$ 交 AF 的延长线于点 E , AE 与 BC 交于点 H , 连接 CE .



备用图

(1) 求证: $\frac{AH}{CH} = \frac{BH}{EH}$;

(2) 当 $CE \parallel AB$ 时, 求 CE 的长;

(3) 当 $\triangle CFH$ 是等腰三角形时, 求 CH 的长.