

2023 学年度初三年级第一次学生学习能力诊断练习

数学 练习卷

(满分 150 分, 时间 100 分钟)

注意:

1. 本练习卷含三个大题, 共 25 题;
2. 答题时, 务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本练习卷上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

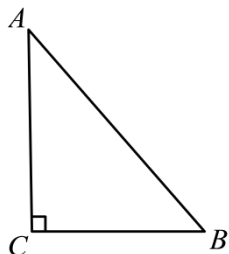
1. 下列函数中, y 是关于 x 的二次函数的是 ()

- A. $y = 2x - 1$ B. $y = \frac{1}{x^2}$ C. $y = 2x^2 - 1$ D. $y = 2x^3 - 1$

2. 将抛物线 $y = -3x^2$ 向左平移 4 个单位长度, 所得到抛物线的表达式是 ()

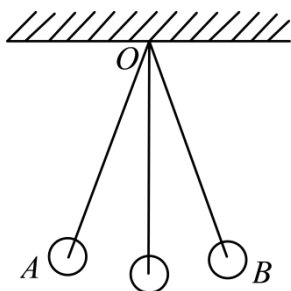
- A. $y = -3(x + 4)^2$ B. $y = -3(x - 4)^2$ C. $y = -3x^2 + 4$ D. $y = -3x^2 - 4$

3. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle C = 90^\circ$, $\cos A = \frac{3}{4}$, $AC = 3$, 那么 BC 的长为 ()



- A. $\sqrt{7}$ B. $2\sqrt{7}$ C. 4 D. 5

4. 如图, 一条细绳系着一个小球在平面内摆动. 已知细绳从悬挂点 O 到球心的长度为 50 厘米, 小球在左、右两个最高位置时, 细绳相应所成的角 $\angle AOB$ 为 40° , 那么小球在最高位置和最低位置时的高度差为 ()

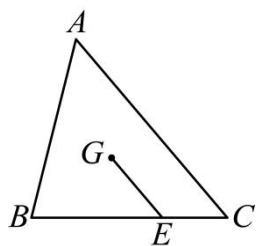


- A. $(50 - 50\sin 40^\circ)$ 厘米 B. $(50 - 50\cos 40^\circ)$ 厘米

C. $(50 - 50\sin 20^\circ)$ 厘米

D. $(50 - 50\cos 20^\circ)$ 厘米

5. 如图, 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, $GE \parallel AC$ 交 BC 于点 E . 如果 $AC = 12$, 那么 GE 的长为 ()



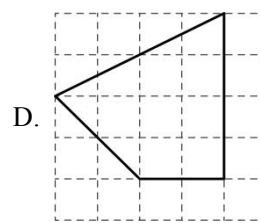
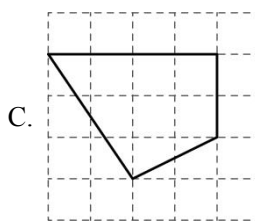
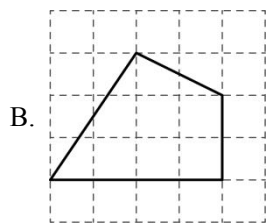
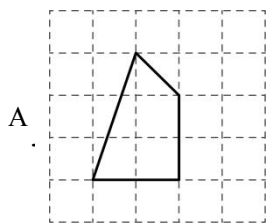
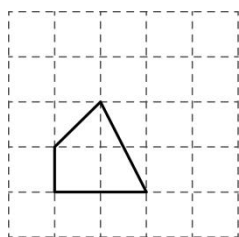
A. 3

B. 4

C. 6

D. 8

6. 如图, 四边形的顶点在方格纸的格点上, 下列方格纸中的四边形与已知四边形相似的是 ()



二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 已知 $x:y = 3:2$, 那么 $(x-y):x = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 如果向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 和 $\vec{x}$ 满足 $\vec{a} - \vec{x} = 2(\vec{a} - \vec{b})$, 那么 $\vec{x} = \underline{\hspace{2cm}}$.

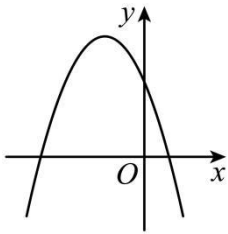
9. 已知抛物线 $y = (1-a)x^2 + 3$ 开口向下, 那么 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

10. 如果点 $A(2,1)$ 在抛物线 $y = (x-1)^2 + m$ 上, 那么 m 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. 将抛物线 $y = 2x^2$ 平移, 使顶点移动到点 $P(-3, 1)$ 的位置, 那么平移后所得新抛物线的表达式是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

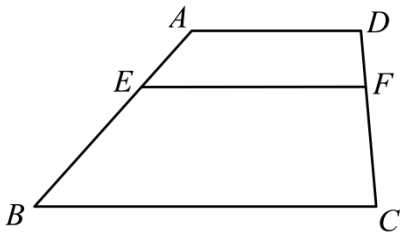
12. 已知点 $A(-3, y_1)$ 和 $B(1, y_2)$ 都在抛物线 $y = 2(x-1)^2 - 2$ 上, 那么 y_1 和 y_2 的大小关系为 $y_1 \underline{\hspace{1cm}} y_2$ (填 “ $>$ ” 或 “ $<$ ” 或 “ $=$ ”).

13. 已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 如图所示, 那么点 $P(b, c)$ 在第 $\underline{\hspace{1cm}}$ 象限.

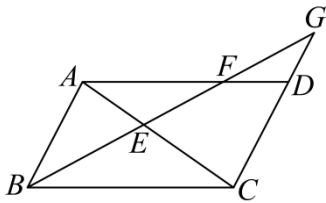


14. 一个三角形框架模型的边长分别为 3 分米、4 分米和 5 分米，木工要以一根长 6 分米的木条为一边，做与模型相似的三角形，那么做出的三角形中，面积最大的是____平方分米.

15. 如图，已知 $AD \parallel EF \parallel BC$ ， $BC = 2AD$ ， $BE = 2AE$ ， $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$ ，那么用 $\vec{a}$ 表示 $\overrightarrow{EF} =$ ____.



16. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 F 是 AD 上的点， $AF = 2FD$ ，直线 BF 与 AC 相交于点 E ，交 CD 的延长线于点 G ，若 $BE = 2$ ，则 EG 的值为_____.



17. 定义：如果以一条线段为对角线作正方形，那么称该正方形为这条线段的“对角线正方形”. 例如，图①中正方形 $ABCD$ 即为线段 AC 的“对角线正方形”. 如图②，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 3$ ， $BC = 4$ ，点 P 在边 AB 上，如果线段 PC 的“对角线正方形”有两边同时落在 $\triangle ABC$ 的边上，那么 AP 的长是_____.

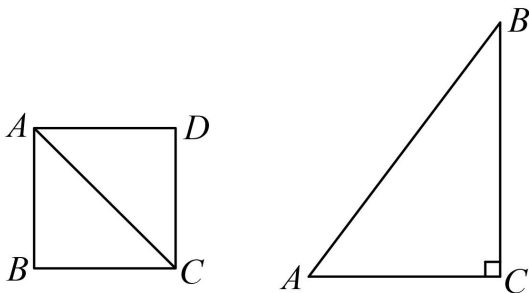
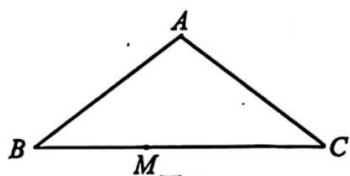


图 ①

图 ②

18. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 5$ ， $\tan B = \frac{3}{4}$ ，点 M 在边 BC 上， $BM = 3$ ，点 N 是射线 BA 上一动点，连接 MN ，将 $\triangle BMN$ 沿直线 MN 翻折，点 B 落在点 B' 处，联结 $B'C$ ，如果 $B'C \parallel AB$ ，那么 BN 的长是_____.



三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 计算: $4\sin^2 30^\circ - \frac{\tan 45^\circ}{\cos 30^\circ - \cos 60^\circ}$

20. 画二次函数 $y = ax^2 + bx$ 的图像时, 在“列表”的步骤中, 小明列出如下表格 (不完整). 请补全表格, 并求该二次函数的解析式.

x	...	-1	0	2	4	5	...
y	...	-5	-	4	-	-5	...

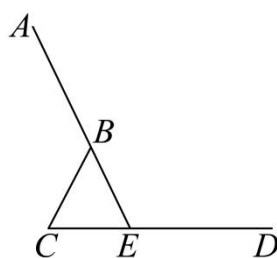
21. 如图①是某款智能磁吸键盘, 如图②是平板吸附在该款设备上的照片, 图③是图②的示意图. 已知 $BC = 8\text{cm}$, $CD = 20\text{cm}$, $\angle BCD = 63^\circ$. 当 AE 与 BC 形成的 $\angle ABC$ 为 116° 时, 求 DE 的长. (参考数据: $\sin 63^\circ \approx 0.90$, $\cos 63^\circ \approx 0.45$, $\cot 63^\circ \approx 0.50$; $\sin 53^\circ \approx 0.80$, $\cos 53^\circ \approx 0.60$, $\cot 53^\circ \approx 0.75$)



图①



图②



图③

22. 如图①, 已知线段 a 、 b 和 $\angle MON$. 如图②, 小明在射线 OM 上顺次截取 $OA = 2a$, $AB = 3a$, 在射线 ON 上顺次截取 $OC = 2b$, $CD = 3b$. 连接 AC 、 BC 和 BD , $AC = 4$, $BC = 6$.

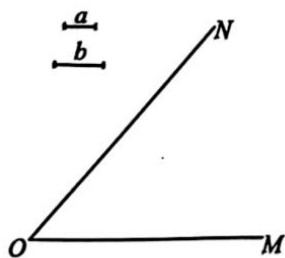


图 ①

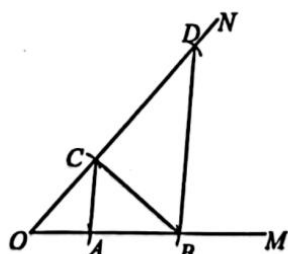


图 ②

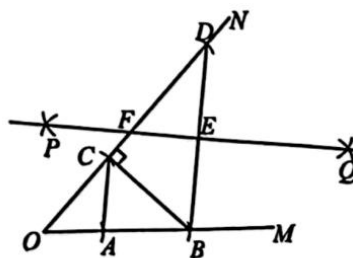


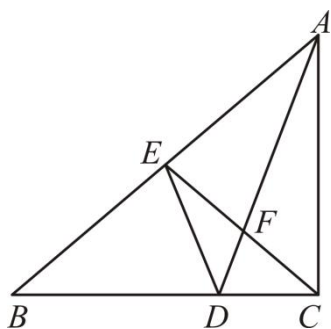
图 ③

(1) 求 BD 的长;

(2) 小明继续作图, 如图③, 分别以点 B 、 D 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}BD$ 的长为半径作弧, 两弧分别相交于点 P 、

Q ，连接 PQ ，分别交 BD 、 OD 于点 E 、 F 。如果 $BC \perp OD$ ，求 EF 的长。

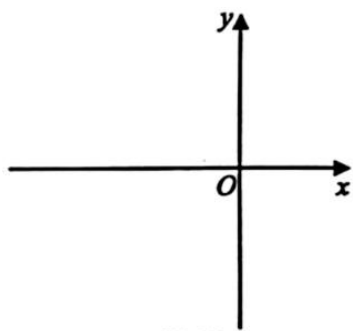
23. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，已知点 D 、 E 分别在边 BC 、 AB 上， EC 和 AD 相交于点 F ， $\angle EDB = \angle ADC$ ， $DE^2 = DF \cdot DA$ 。



(1) 求证： $\triangle ABD \sim \triangle ECD$ ；

(2) 如果 $\angle ACB = 90^\circ$ ，求证： $FC = \frac{1}{2} EC$ 。

24. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y = x^2 + 2x + m$ 经过点 $A(-3, 0)$ ，与 y 轴交于点 C ，连接 AC 交该抛物线的对称轴于点 E 。



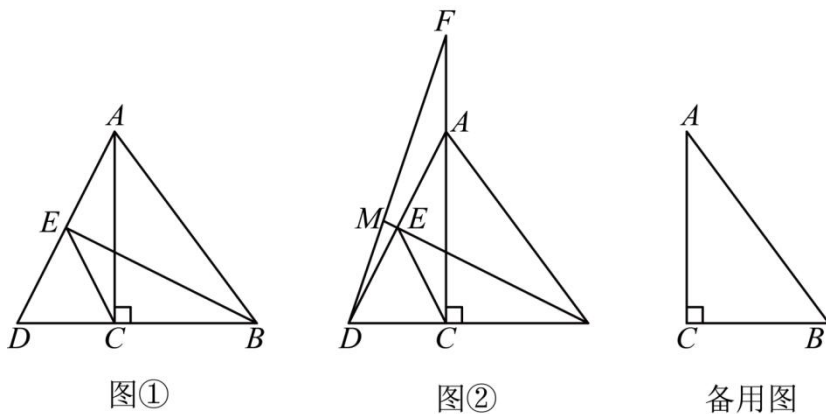
(1) 求 m 的值和点 E 的坐标；

(2) 点 M 是抛物线的对称轴上一点且在直线 AC 的上方。

① 连接 AM 、 CM ，如果 $\angle AME = \angle MCA$ ，求点 M 的坐标；

② 点 N 是抛物线上一点，连接 MN ，当直线 AC 垂直平分 MN 时，求点 N 的坐标。

25. 如图①，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\tan \angle ABC = \frac{4}{3}$ ，点 D 在边 BC 的延长线上，连接 AD ，点 E 在线段 AD 上， $\angle EBD = \angle DAC$ 。



- (1) 求证: $\triangle DBA \sim \triangle DEC$;
- (2) 点 F 在边 CA 的延长线上, DF 与 BE 的延长线交于点 M (如图②).
- ①如果 $AC = 2AF$, 且 $\triangle DEC$ 是以 DC 为腰的等腰三角形, 求 $\tan \angle FDC$ 的值;
- ②如果 $DE = \frac{\sqrt{5}}{2}CD$, $EM = 3$, $FM : DM = 5 : 3$, 求 AF 的长.