

松江区 2023 学年度第一学期期末质量监控试卷初三数学

(满分 150 分, 完卷时间 100 分钟)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题; 没有特殊说明, 几何题均视为在同一个平面内研究问题.
2. 答题时, 务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明. 或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. 下列函数中, 属于二次函数的是 ()

- A. $y = x - 2$ B. $y = x^2$ C. $y = x^2 - (x + 1)^2$ D. $y = \frac{2}{x^2}$

2. 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = \alpha$, $BC = m$, 那么 AB 的长为 ()

- A. $m \sin \alpha$; B. $m \cos \alpha$; C. $\frac{m}{\sin \alpha}$; D. $\frac{m}{\cos \alpha}$.

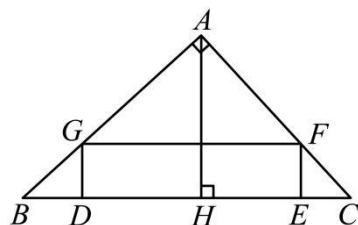
3. 关于二次函数 $y = -2(x - 1)^2$ 的图像, 下列说法正确的是 ()

- A. 开口向上 B. 经过原点
C. 对称轴右侧的部分是下降的 D. 顶点坐标是 $(-1, 0)$

4. 下列条件中, 不能判定 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ 的是 ()

- A. $\vec{a} \parallel \vec{c}$, $\vec{b} \parallel \vec{c}$; B. $\vec{a} = -\vec{c}$, $\vec{b} = 2\vec{c}$ C. $\vec{a} = -2\vec{b}$ D. $|\vec{a}| = 3|\vec{b}|$

5. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, 斜边 BC 上的高 $AH = 3$, 矩形 $DEFG$ 的边 DE 在边 BC 上, 顶点 G 、 F 分别在边 AB 、 AC 上, 如果 GF 正好经过 $\triangle ABC$ 的重心, 那么 $BD \cdot EC$ 的积等于 ()



- A. 4 B. 1 C. $\frac{16}{25}$ D. $\frac{9}{25}$

6. 某同学对“两个相似的四边形”进行探究. 四边形 $ABCD$ 和四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 是相似的图形, 点 A 与点 A_1 、

点 B 与点 B_1 、点 C 与点 C_1 、点 D 与点 D_1 分别是对应顶点, 已知 $\frac{AB}{A_1B_1} = k$. 该同学得到以下两个结论: ①

四边形 $ABCD$ 和四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 的面积比等于 k^2 ; ②四边形 $ABCD$ 和四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 的两条对角线的和之比等于 k . 对于结论①和②, 下列说法正确的是 ()

- A. ①正确, ②错误 B. ①错误, ②正确 C. ①和②都错误 D. ①和②都正确

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 若 $\frac{y}{x} = \frac{1}{2}$, 则 $\frac{y}{x+y} =$ _____.

8. A 、 B 两地的实际距离 $AB = 250$ 米, 画在地图上的距离为 5 厘米, 则地图上的距离与实际距离的比是 _____.

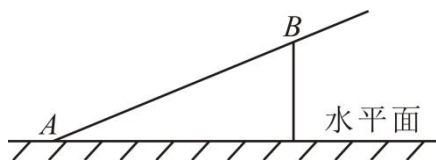
9. 某印刷厂一月份印书 50 万册, 如果从二月份起, 每月印书量的增长率都为 x , 那么三月份的印书量 y (万册) 与 x 的函数解析式是 _____.

10. 已知点 P 是线段 AB 的黄金分割点, 且 $AP > BP$, 如果 $AB = 5$, 那么 $AP =$ _____.

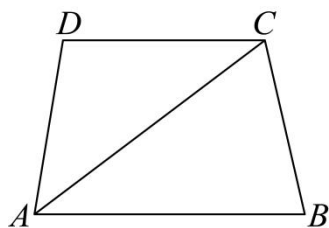
11. 在直角坐标平面中, 将抛物线 $y = -(x+1)^2 + 2$, 先向左平移 1 个单位, 再向下平移 2 个单位, 那么平移后的抛物线表达式是 _____.

12. 如果一个二次函数图像的顶点在 x 轴上, 且在 y 轴的右侧部分是上升的. 请写出一个符合条件的函数解析式: _____.

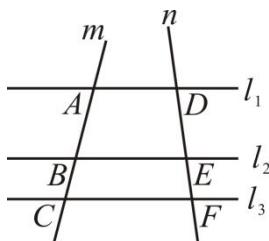
13. 如图, 一辆小车沿着坡度为 1:2.4 的斜坡从 A 点向上行驶了 50 米, 到达 B 点, 那么此时该小车上升的高度为 _____ 米.



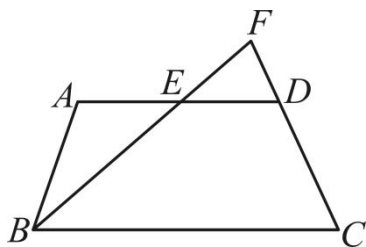
14. 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, 且 $\frac{AB}{CD} = \frac{4}{3}$, 若 $\overrightarrow{AB} = \vec{m}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{n}$. 请用 $\vec{m}$, $\vec{n}$ 来表示 $\overrightarrow{AC} =$ _____.



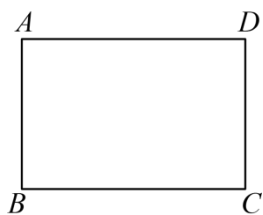
15. 如图, 已知直线 l_1 、 l_2 、 l_3 分别交直线 m 于点 A 、 B 、 C , 交直线 n 于点 D 、 E 、 F , 且 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, $AB = 2BC$, $DF = 6$, 那么 $EF =$ _____.



16. 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，点 E 是 AD 的中点， BE 、 CD 的延长线交于点 F ，如果 $AD:BC = 2:3$ ，那么 $S_{\triangle EDF}:S_{\triangle AEB} =$ _____.



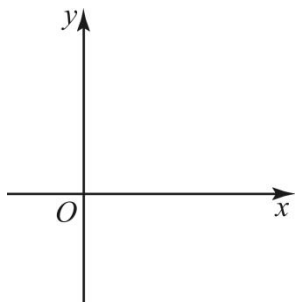
17. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 D 、 E 分别是边 AB 、 AC 的中点， BE 与 CD 相交于点 O ，如果 $\triangle OBC$ 是等边三角形，那么 $\tan \angle ABC =$ _____.
18. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 2$ ， $BC = 3$ ，将边 AB 绕点 A 逆时针旋转，点 B 落在 B' 处，连接 BB' 、 CB' ，若 $\angle BB'C = 90^\circ$ ，则 $BB' =$ _____.



三、解答题 (本大题共 7 题，满分 78 分)

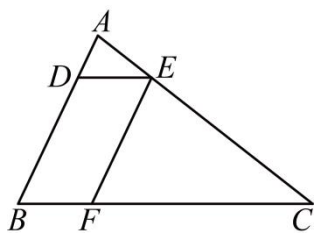
19. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图像上部分点的横坐标 x 、纵坐标 y 的对应值如下表.

x	...	0	1	2	3	4	...
y	...	3	0	-1	?	3	...

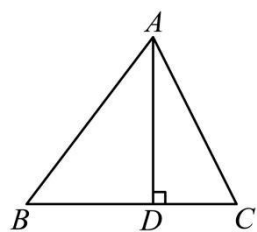


- 由表格信息，求出该二次函数解析式，并写出该二次函数图像的顶点 D 的坐标；
- 如果该二次函数图像与 y 轴交于点 A ，点 $P(5, t)$ 是图像上一点，求 $\triangle PAD$ 的面积.

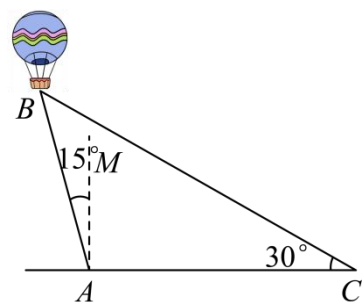
20. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 、 F 分别在边 AB 、 AC 、 BC 上, 连接 DE 、 EF . 已知 $ED \parallel BC$, $EF \parallel AB$, $AD = 3$, $DB = 9$.



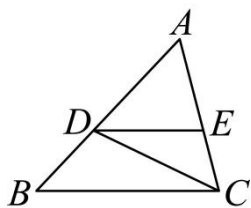
- (1) 求 $\frac{BF}{FC}$ 的值;
- (2) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 16, 求四边形 $BFED$ 的面积.
21. 已知: 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = 15$, $BC = 14$, $\sin B = \frac{4}{5}$, $AD \perp BC$ 于 D .



- (1) 求 AC 的长;
- (2) 如果点 E 是边 AC 的中点, 求 $\cot \angle EBC$ 大小.
22. 如图, A 处有一垂直于地面的标杆 AM , 热气球沿着与 AM 的夹角为 15° 的方向升空, 到达 B 处, 这时在 A 处的正东方向 200 米的 C 处测得 B 的仰角为 30° (AM 、 B 、 C 在同一平面内). 求 A 、 B 之间的距离. (结果精确到 1 米, $\sqrt{2} \approx 1.414$)



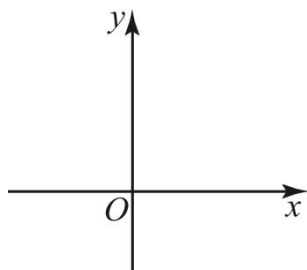
23. 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, $DE \parallel BC$, $\angle BDC = \angle DEC$. 求证:



- (1) $\triangle ADE \sim \triangle ACD$;

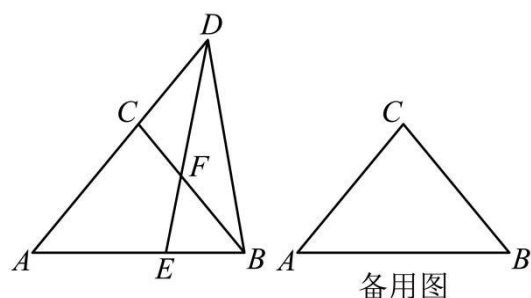
$$(2) \frac{CD^2}{BC^2} = \frac{AE}{AC}$$

24. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$ 的图像经过原点 $O(0,0)$ 、点 $A(1, 3a)$ ，此抛物线的对称轴与 x 轴交于点 C ，顶点为 B 。



- (1) 求抛物线的对称轴；
- (2) 如果该抛物线与 x 轴负半轴的交点为 D ，且 $\angle ADC$ 的正切值为 2，求 a 的值；
- (3) 将这条抛物线平移，平移后，原抛物线上的点 A 、 B 分别对应新抛物线上的点 E 、 P 。联结 PA ，如果点 P 在 y 轴上， $PA \parallel x$ 轴，且 $\angle EPA = \angle CBO$ ，求新抛物线的表达式。

25. 在 $\triangle ABC$ 中， $AC = BC$ 。点 D 是射线 AC 上一点（不与 A 、 C 重合），点 F 在线段 BC 上，直线 DF 交直线 AB 于点 E ， $CD^2 = CF \cdot CB$ 。



- (1) 如图，如果点 D 在 AC 的延长线上
 - ①求证： $DE = BD$ ；
 - ②联结 CE ，如果 $CE \parallel BD$ ， $CE = 2$ ，求 EF 的长。
- (2) 如果 $DF : DE = 1 : 2$ ，求： $AE : EB$ 的值。