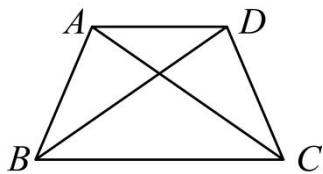


2023 学年度第一学期期末九年级自适应练习

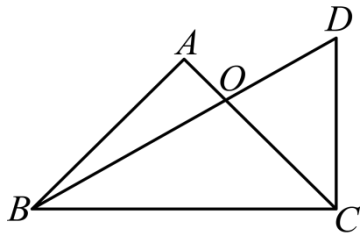
数学学科

一、选择题

1. 将抛物线 $y = 3x^2$ 沿着 y 轴向上平移 1 个单位后, 所得新抛物线的表达式是()
- A. $y = x^2 + 1$ B. $y = x^2 - 1$ C. $y = 3x^2 + 1$ D. $y = 3x^2 - 1$
2. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle ACB = 90^\circ$, $\tan B = \frac{1}{3}$, $BC = 3$, 那么 AC 的长等于()
- A. 1 B. 9 C. $\sqrt{10}$ D. $3\sqrt{10}$
3. 下列关于抛物线 $y = 2x^2$ 和抛物线 $y = -2x^2$ 的说法中, 不正确的是()
- A. 对称轴都是 y 轴 B. 在 y 轴左侧的部分都是上升的
- C. 开口方向相反 D. 顶点都是原点
4. 已知 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 是非零向量, 如果 $\vec{a} = -3\vec{b}$, 下列说法中正确的是()
- A. $\vec{a} + 3\vec{b} = 0$ B. $\vec{a} - 3\vec{b} = \vec{0}$ C. $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ D. $3|\vec{a}| = |\vec{b}|$
5. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, 如果 $AB = DC$, $\angle ABC = \angle DCB$, 那么下列结论中不一定成立的是()



- A. $AC = BD$ B. $AD \parallel BC$ C. $\angle DAB = \angle ADC$ D. $\angle ABD = \angle DBC$
6. 如图, $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCB$ 都是直角三角形, $\angle BAC = \angle BCD = 90^\circ$, $AB = AC$, AC 、 BD 相交于点 O , 如果 $\angle DBC = 30^\circ$, 那么 $OC : AC$ 的值是()



- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $2 - \sqrt{3}$ C. $\frac{\sqrt{3} - 1}{2}$ D. $\sqrt{3} - 1$

二、填空题

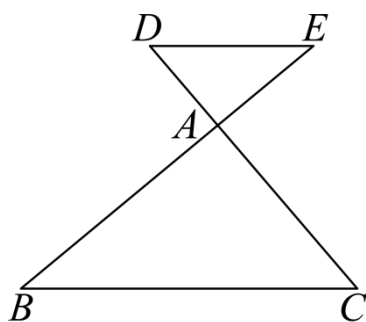
7. 已知 $\frac{x}{y} = \frac{5}{2}$, 那么 $\frac{x+y}{y} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 已知正比例函数 y 的值随着自变量 x 的值增大而增大, 那么这个正比例函数的解析式可以是 $\underline{\hspace{2cm}}$. (只需写一个)

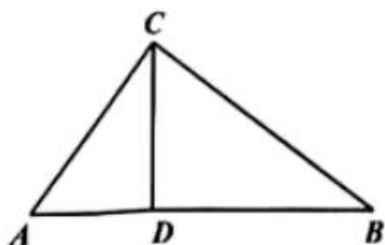
9. 化简: $2(\vec{a} + \vec{b}) - \vec{a} = \underline{\hspace{2cm}}$.

10. 已知二次函数 $y = x^2 + 3x + m - 2$ 的图像与 y 轴的交点在正半轴上, 那么 m 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. 如图, 点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 CA 、 BA 的延长线上, 且 $DE \parallel BC$, 如果 $AB = 6$, $AE = 3$, $CD = 5$, 那么 $AC = \underline{\hspace{2cm}}$.

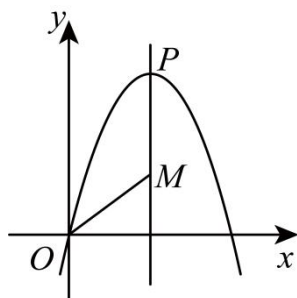


12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, CD 是 AB 边上的高, 如果 $AC = 5$, $CD = 4$, 那么 $\triangle ACD$ 与 $\triangle CBD$ 的相似比 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.



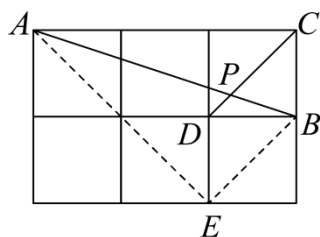
13. 已知点 A 在抛物线 $y = (x-1)^2 + 2$ 上, 点 A' 与点 A 关于此抛物线的对称轴对称, 如果点 A 的横坐标是 -1 , 那么点 A' 的坐标是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 如图, 抛物线 $y = -x^2 + 4x$ 的顶点为 P , M 为对称轴上一点, 如果 $PM = OM$, 那么点 M 的坐标是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



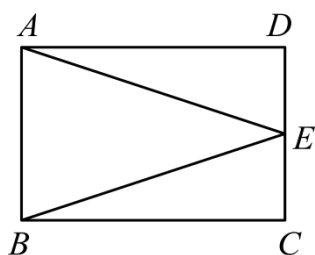
15. 已知点 P 为等边三角形 ABC 的重心, D 为 $\triangle ABC$ 一边上的中点, 如果这个等边三角形的边长为 2, 那么 $PD =$ _____.

16. 如图, 在边长为 1 的正方形网格中, 点 A 、 B 、 C 、 D 、 E 都在小正方形顶点的位置上, 连结 AB 、 CD 相交于 P , 根据图中提示添加的辅助线, 可以得到 $\cos \angle BPC$ 的值等于 _____.



17. $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 BC 上, $DC = 2BD$, 点 E 、 F 分别在边 AB 、 AC 上, $S_{\triangle BDE} = S_{\triangle BDF} = \frac{1}{9} S_{\triangle ABC}$, 如果 $BC = 6$, 那么 $EF =$ _____.

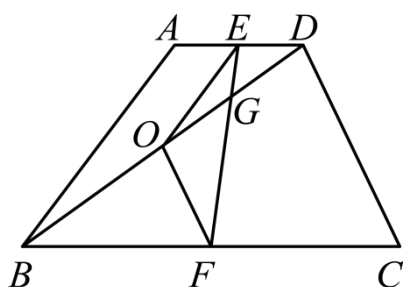
18. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 6$, $BC = 9$, E 为边 CD 的中点, 联结 AE 、 BE , P 为边 AD 上一点, 将 $\triangle ABP$ 沿 BP 翻折, 如果点 A 的对应点 A' 恰好位于 $\triangle ABE$ 内, 那么 AP 的取值范围是 _____.



三、解答题

19. 计算: $\sin^2 45^\circ + 3 \cot 60^\circ - \frac{2 \cot 45^\circ}{\tan 60^\circ - 2 \sin 30^\circ}$.

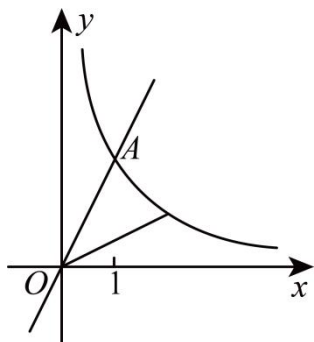
20. 如图, 已知梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, E 、 F 分别是 AD 、 BC 的中点, BD 与 EF 交于点 G , O 为 BD 上一点, $OF \parallel DC$.



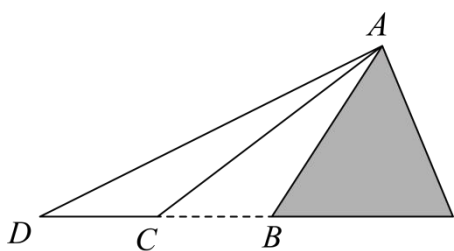
(1) 求 $\frac{OE}{AB}$ 的值;

(2) 设 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DC} = \vec{b}$, 如果 $DE : BF = 1 : 3$, 那么 $\overrightarrow{FO} =$ _____, $\overrightarrow{EG} =$ _____. (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示)

21. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，正比例函数 $y = 2x$ 的图像与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图像交于点 $A(1, m)$.



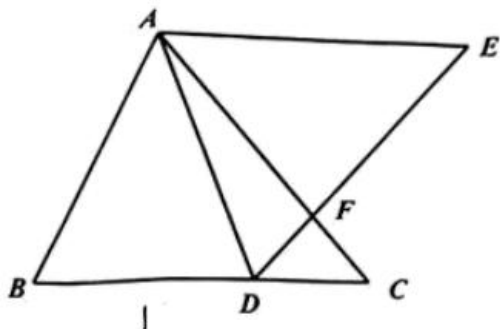
- (1) 求这个反比例函数的解析式；
- (2) 点 B 在这个反比例函数位于第一象限的图像上，过点 B 作 $BH \perp x$ 轴，垂足为点 H . 如果 $\angle AOH = \angle OBH$ ，求点 B 的坐标.
22. 如图，小河的对岸有一座小山，小明和同学们想知道山坡 AB 的坡度，但由于山坡 AB 前有小河阻碍，无法直接从山脚 B 处测得山顶 A 的仰角，于是小明和同学们展开了如下的测量：



- 第一步：从小河边的 C 处测得山顶 A 的仰角为 37° ；
- 第二步：从 C 处后退 30 米，在 D 处测得山顶 A 的仰角为 26.6° ；
- 第三步：测得小河宽 BC 为 33 米.
- 已知点 B 、 C 、 D 在同一水平线上，请根据小明测量的数据求山坡 AB 的坡度.

(参考数据： $\sin 22.6^\circ \approx 0.45$ ， $\cos 26.6^\circ \approx 0.89$ ， $\tan 26.6^\circ \approx 0.5$ ， $\sin 37^\circ \approx 0.6$ ， $\cos 37^\circ \approx 0.8$ ， $\tan 37^\circ \approx 0.75$)

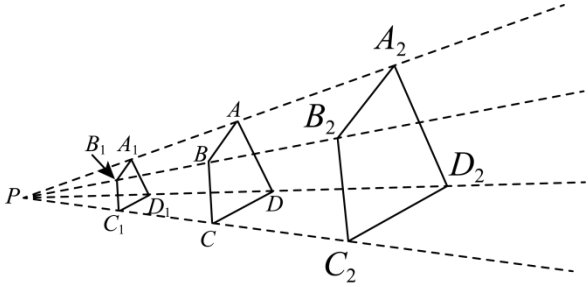
23. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 BC 上， $\angle ADE = \angle B$ ， $\angle EAF = \angle FDC$ ， DE 与 AC 交于点 F .



(1) 求证: $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE}$;

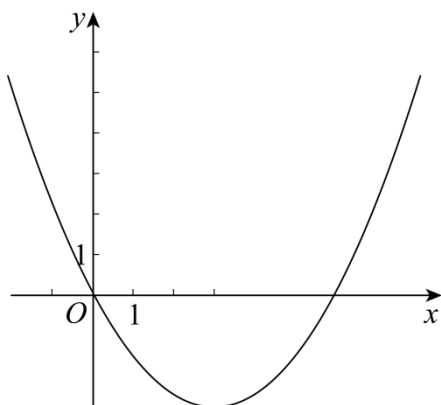
(2) 连接 BF , 如果 $AB^2 = AF \cdot AC$, 求证: $AD \cdot BC = AE \cdot BF$.

24. 综合实践

九年级第一学期教材第 2 页	结合教材图形给出新定义
对于下图中的三个四边形, 通常可以说, 缩小四边形 $ABCD$, 得到四边形 $A_1B_1C_1D_1$; 放大四边形 $ABCD$, 得到四边形 $A_2B_2C_2D_2$.  图形的放大或缩小, 称为图形的放缩运动. 将一个图形放大或缩小后, 就得到与它形状相同的图形. 图中, 四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 和四边形 $A_2B_2C_2D_2$ 都与四边形 $ABCD$ 形状相同. 我们把形状相同的两个图形说成是相似的图形, 或者就说是相似形.	如图, 对于两个多边形, 如果它们的对应顶点的连线相交于一点, 并且这点与对应顶点所连线段成比例, 那么这两个多边形就是位似多边形, 这个点就是位似中心.

(1) 填空: 在上图中位似中心是点_____; _____多边形是特殊的_____多边形. (填“位似”或“相似”)

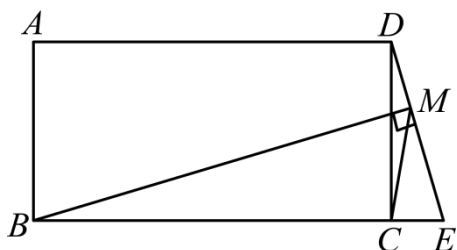
(2) 在平面直角坐标系 xOy 中 (如下图), 二次函数 $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x$ 的图像与 x 轴交于点 A , 点 B 是此函数图像上一点 (点 A 、 B 均不与点 O 重合), 已知点 B 的横坐标与纵坐标相等, 以点 O 为位似中心, 相似比为 $\frac{1}{2}$, 将 $\triangle OAB$ 缩小, 得到它的位似 $\triangle OA_1B_1$.



①画出 $\triangle OA_1B_1$ ，并求经过 O 、 A_1 、 B_1 三点的抛物线的表达式；

②直线 $y = kx$ ($k > 0$) 与二次函数 $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x$ 的图像交于点 M ，与①中的抛物线交于点 N ，请判断 $\triangle OA_1N$ 和 $\triangle OAM$ 是否为位似三角形，并根据新定义说明理由。

25. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 2$ ， $BC = 4$ ， E 是边 BC 延长线上一点，过点 B 作 $BM \perp DE$ ，垂足为点 M ，联结 CM ，设 $CE = a$ ($0 < a < 1$)。



(1) 求证： $\triangle DCE \sim \triangle BME$ ；

(2) $\angle CME$ 的大小是否是一个确定的值？如果是，求出 $\angle CME$ 的正切值；如果不是，那么用含字母 a 的代数式表示 $\angle CME$ 的正切值；

(3) P 是边 AD 上一动点(不与点 A 、 D 重合)，联结 PB 、 PM 。随着点 P 位置的变化，在 $\triangle PBM$ 中除 $\angle BPM$ 外的两个内角是否会有与 $\angle CME$ 相等的角，如果有，请用含字母 a 的代数式表示此时线段 AP 的长；如果没有，请说明理由。