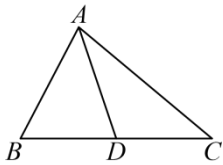


2023 学年第一学期九年级质量调研数学样卷

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)

1. 如果抛物线 $y = (k-1)x^2 + 2$ 的开口向下，那么 k 的取值范围是 ()
A. $k > 0$ B. $k < 0$ C. $k > 1$ D. $k < 1$
2. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的对称轴是直线 $x = -2$ ，那么下列等式成立的是 ()
A. $b = 2a$ B. $b = -2a$ C. $b = 4a$ D. $b = -4a$
3. 已知在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = 3$ ， $AB = 5$ ，那么下列结论正确的是 ()
A. $\sin A = \frac{3}{5}$ B. $\cos A = \frac{3}{5}$ C. $\tan A = \frac{3}{5}$ D. $\cot A = \frac{3}{5}$
4. 一架飞机在离地面 6000 米的上空测得某一建筑物底部的俯角为 30° ，此时这架飞机与这一建筑物底部之间的距离是 ()
A. 6000 米 B. 12000 米 C. $6000\sqrt{3}$ 米 D. $12000\sqrt{3}$ 米
5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 是边 BC 的中点， $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ ，那么 $\overrightarrow{AD}$ 等于 ()



- A. $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$ B. $\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$
 - C. $\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{2}\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$ D. $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$
6. 下列命题是真命题的是 ()
A. 有一个角是 36° 的两个等腰三角形相似
B. 有一个角是 45° 的两个等腰三角形相似
C. 有一个角是 60° 的两个等腰三角形相似
D. 有一个角是钝角的两个等腰三角形相似

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. 如果函数 $y = (k-1)x^2 + kx - 1$ (k 是常数) 是二次函数，那么 k 的取值范围是_____.
8. 将抛物线 $y = 3 + x - 2x^2$ 向下平移 2 个单位，那么平移后抛物线的表达式是_____.
9. 如果抛物线 $y = x^2 + c$ 经过两点 $A(2, 1)$ 和 $B(1, b)$ ，那么 b 的值是_____.
10. 二次函数 $y = -x^2 - 2x + m$ 图像的最高点的横坐标是_____.

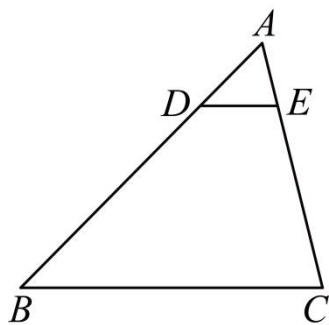
11. 如果 $5a = 3b$ (a 、 b 都不等于零), 那么 $\frac{a-b}{b} = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 已知点 P 是线段 AB 的一个黄金分割点, 且 $AB = 4\text{cm}$, $AP < BP$, 那么 $BP = \underline{\hspace{2cm}} \text{cm}$.

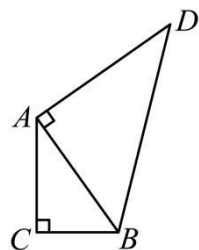
13. 如果向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{x}$ 满足关系式 $3\vec{a} - (\vec{x} - 2\vec{b}) = 2\vec{a} - 3\vec{b}$, 那么 $\vec{x} = \underline{\hspace{2cm}}$ (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示).

14. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 BA 、 CA 的延长线上, $AD:AB = 1:2$, $AC = 4$, 那么当 $AE = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, $DE \parallel BC$.

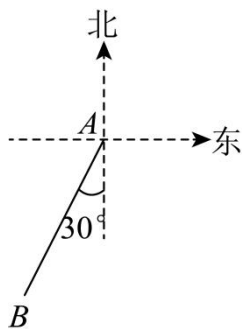
15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 BA 、 CA 上, $DE \parallel BC$, $\frac{S_{\triangle DEA}}{S_{\text{四边形}BCED}} = \frac{1}{8}$, $BC = 9$, 那么 $DE = \underline{\hspace{2cm}}$.



16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $DA \perp AB$, 连接 BD , $AC = \sqrt{2}$, $BC = 1$, $AD = 2$, 那么 $\cos D = \underline{\hspace{2cm}}$.

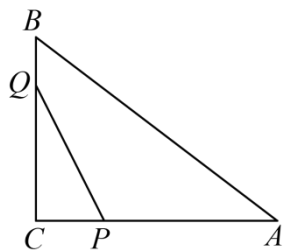


17. 如图, 在港口 A 的南偏西 30° 方向有一座小岛 B , 一艘船以每小时 12 海里的速度从港口 A 出发, 沿正西方向行驶, 行了 30 分钟时这艘船在 C 处测得小岛 B 在船的正南方向, 那么小岛 B 与 C 处的距离 $BC = \underline{\hspace{2cm}}$ 海里 (结果保留根号).



18. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 25$, $AC = 20$, 点 P 、 Q 分别在边 AC 、 BC 上, 且 $CP:BQ = 3:2$,

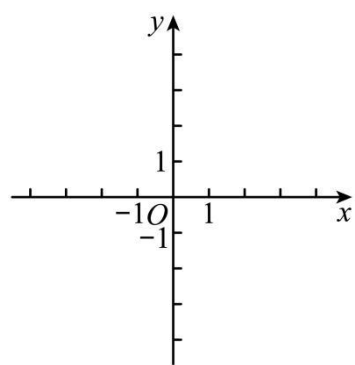
将 $\triangle PQC$ 沿直线 PQ 翻折，翻折后点 C 落在点 C_1 处，如果 $QC_1 \parallel AB$ ，那么 $\cot \angle QPC_1 = \underline{\hspace{2cm}}$.



三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. 计算： $4(1 - \cos 30^\circ) + \frac{2 \sin 60^\circ}{2 \tan 45^\circ - 3 \cot 60^\circ}$.

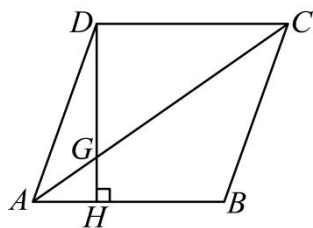
20. 已知平面直角坐标系 xOy ，抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过点 $A(-3, 0)$ 和 $B(0, -3)$ 两点.



(1) 求抛物线的表达式；

(2) 如果将这个抛物线向右平移 k ($k > 0$) 个单位，得到新抛物线经过点 B ，求 k 的值.

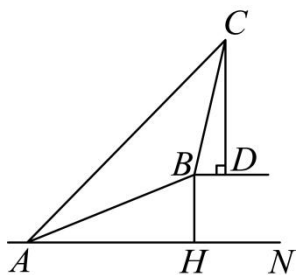
21. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 H 是边 AB 上一点，且 $BH = 2AH$ ，直线 DH 与 AC 相交于点 G .



(1) 求 $\frac{AG}{AC}$ 的值；

(2) 如果 $DH \perp AB$ ， $\cos \angle BCD = \frac{1}{3}$ ， $AD = 9$ ，求四边形 $ABCD$ 的面积.

22. 如图，小山的顶部是一块平地，在这块平地上有一座古塔 CD . 小山斜坡 AB 的坡度为 $i = 1:2.4$ ，坡长 AB 为 39 米，在小山的坡底 A 处测得该塔的塔顶 C 的仰角为 45° ，在坡顶 B 处测得该塔的塔顶 C 的仰角为 74° .

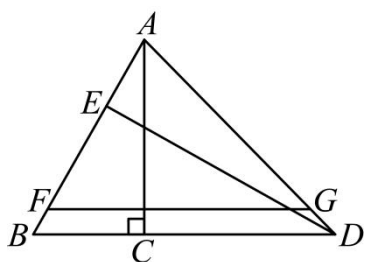


(1) 求坡顶 B 到地面 AH 的距离 BH 的长;

(2) 求古塔 CD 的高度 (结果精确到 1 米).

(参考数据: $\sin 74^\circ \approx 0.96$, $\cos 74^\circ \approx 0.28$, $\tan 74^\circ \approx 3.49$, $\cot 74^\circ \approx 0.29$)

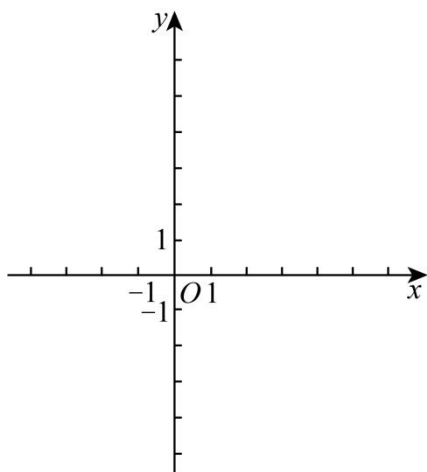
23. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 D 是 BC 延长线上一点, 点 E 是斜边 AB 上一点, 且 $BC \cdot BD = BE \cdot BA$.



(1) 求证: $AB \perp ED$;

(2) 连接 AD , 在 AB 上取一点 F , 使 $AF = AC$, 过点 F 作 $FG \parallel BC$ 交 AD 于点 G . 求证, $FG = DE$.

24. 定义: 对于抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ (a 、 b 、 c 是常数, $a \neq 0$), 若 $b^2 = ac$, 则称该抛物线是黄金抛物线, 已知平面直角坐标系 xOy , 抛物线 $y = x^2 - 2x + k$ 是黄金抛物线, 与 y 轴交于点 A , 顶点为 D .



(1) 求此黄金抛物线的表达式及 D 点坐标;

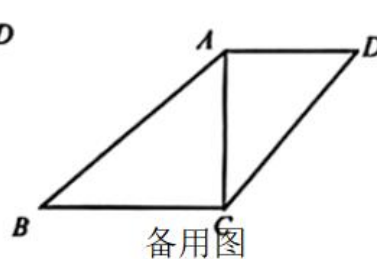
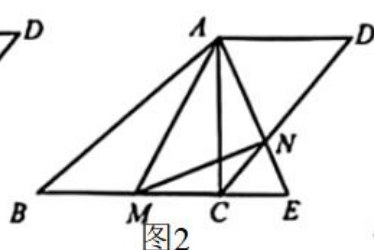
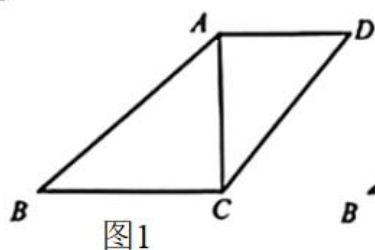
(2) 点 $B(2, b)$ 在这个黄金抛物线上.

①点 $C\left(c, -\frac{1}{2}\right)$ 在这个黄金抛物线的对称轴上，求 $\angle OBC$ 的正弦值.

②在射线 AB 上是否存在点 P ，使以点 P 、 A 、 D 所组成的三角形与 $\triangle AOD$ 相似，且相似比不为 1. 若存在，请求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.

25. 如图 1，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ACD$ 中， $\angle ACB = \angle CAD = 90^\circ$ ， $BC = 16$ ， $CD = 15$ ， $DA = 9$.

「



(1) 求证： $\angle B = \angle ACD$ ；

(2) 已知点 M 在边 BC 上一点（与点 B 不重合），且 $\angle MAN = \angle BAC$ ， AN 交 CD 于点 N ，交 BC 的延长线于点 E .

①如图 2，设 $BM = x$ ， $CE = y$ ，求 y 与 x 的函数关系式，并写出定义域；

②当 $\triangle CEN$ 是等腰三角形时，求 BM 的长.