

2023 学年度第一学期初三期末质量调研

数学学科

(测试时间: 100 分钟, 满分: 150 分)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.

2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

1. 抛物线 $y = 2x^2$ 向右平移 3 个单位长度, 则所得抛物线的解析式为 ()

- A. $y = 2(x - 3)^2$ B. $y = 2(x + 3)^2$ C. $y = 2x^2 + 3$ D. $y = 2x^2 - 3$

2. 如果把一个锐角三角形三边的长都扩大为原来的两倍, 那么锐角 A 的正切值 ()

- A. 扩大为原来的两倍 B. 缩小为原来的 $\frac{1}{2}$
C. 不变 D. 不能确定

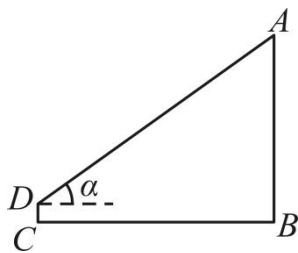
3. 已知 P 是线段 AB 的黄金分割点, 且 $AP > BP$, 那么下列等式能成立的是 ()

- A. $\frac{AB}{AP} = \frac{AP}{BP}$ B. $\frac{AB}{BP} = \frac{BP}{AP}$
C. $\frac{AP}{BP} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ D. $\frac{AB}{AP} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

4. 如果两个非零向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的方向相反, 且 $|\vec{a}| \neq |\vec{b}|$, 那么下列说法错误的是 ()

- A. $\vec{a} - \vec{b}$ 与 $\vec{a}$ 是平行向量 B. $\vec{a} - \vec{b}$ 的方向与 $\vec{b}$ 的方向相同
C. 若 $\vec{a} = -2\vec{b}$, 则 $|\vec{a}| = 2|\vec{b}|$ D. 若 $|\vec{a}| = 2|\vec{b}|$, 则 $\vec{a} = -2\vec{b}$

5. 如图, 为了测量学校教学楼的高度, 在操场的 C 处架起测角仪, 测角仪的高 $CD = 1.4$ 米, 从点 D 测得教学大楼顶端 A 的仰角为 α , 测角仪底部 C 到大楼底部 B 的距离是 25 米, 那么教学大楼 AB 的高是 ()



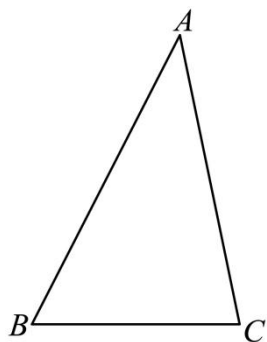
A. $1.4 + 25\sin\alpha$

B. $1.4 + 25\cos\alpha$

C. $1.4 + 25\tan\alpha$

D. $1.4 + 25\cot\alpha$

6. 如图, 锐角 $\triangle ABC$ 中, $AB > AC > BC$, 现想在边 AB 上找一点 D , 在边 AC 上找一点 E , 使得 $\angle ADE$ 与 $\angle C$ 相等, 以下是甲、乙两位同学的作法: (甲) 分别过点 B 、 C 作 AC 、 AB 的垂线, 垂足分别是 E 、 D , 则 D 、 E 即所求; (乙) 取 AC 中点 F , 作 $DF \perp AC$, 交 AB 于点 D , 取 AB 中点 H , 作 $EH \perp AB$, 交 AC 于点 E , 则 D 、 E 即所求. 对于甲、乙两位同学的作法, 下列判断正确的是 ()



A. 甲正确乙错误

B. 甲错误乙正确

C. 甲、乙皆正确

D. 甲、乙皆错误

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 已知线段 $a = 3$ 厘米, $c = 12$ 厘米, 如果线段 b 是线段 a 和 c 的比例中项, 那么 $b =$ _____ 厘米.

8. 计算: $2\left(a + \frac{1}{2}b\right) - 3b =$ _____.

9. 二次函数 $y = x^2 - 3x - 4$ 的图像与 y 轴的交点坐标是 _____.

10. 已知抛物线 $y = (m - 2)x^2 - 3x - 1$ 的开口向上, 那么 m 的取值范围是 _____.

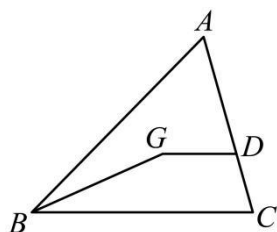
11. 如果点 $A(-5, y_1)$ 和点 $B(5, y_2)$ 是抛物线 $y = -x^2 + m$ (m 是常数) 上的两点, 那么 y_1 _____ y_2 . (填 “>”、“=” 或 “<”)

12. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $BD \perp AC$, 垂足为点 D , 如果 $AB = 5$, $BD = 2$, 那么 $\cos C =$ _____.

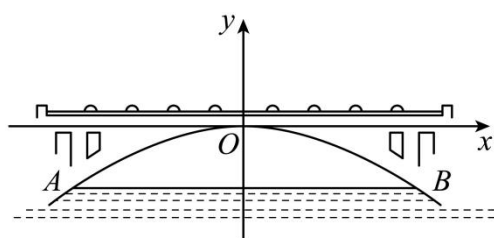
13. 小华沿着坡度 $i = 1:3$ 的斜坡向上行走了 $5\sqrt{10}$ 米, 那么他距离地面的垂直高度上升了 _____ 米.

14. 写出一个经过坐标原点, 且在对称轴左侧部分是下降的抛物线的表达式, 这个抛物线的表达式可以是 _____.

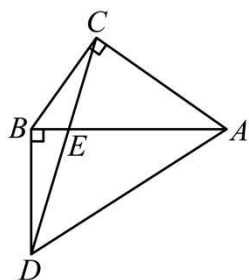
15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 G 是重心, 过点 G 作 $GD \parallel BC$, 交边 AC 于点 D , 连接 BG , 如果 $S_{\triangle ABC} = 36$, 那么 $S_{\text{四边形}BGDC} =$ _____.



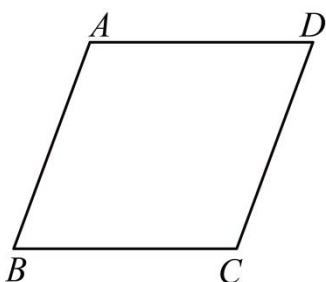
16. 有一座抛物线型拱桥，在正常水位时，水面 AB 宽 20 米，拱桥的最高点 O 到水面 AB 的距离是 4 米，如图建立直角坐标平面 xOy ，如果水面上升了 1 米，那么此时水面的宽度是_____米。（结果保留根号）



17. 如图，已知 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ABD$ 相似， $\angle ACB = \angle ABD = 90^\circ$ ， $AC = \sqrt{6}$ ， $BC = \sqrt{3}$ ， $BD < AB$ ，连接 CD ，交边 AB 于点 E ，那么线段 AE 的长是_____.

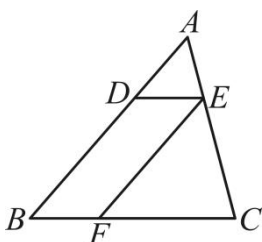


18. 如图，已知在菱形 $ABCD$ 中， $\cos B = \frac{1}{3}$ ，将菱形 $ABCD$ 绕点 A 旋转，点 B 、 C 、 D 分别旋转至点 E 、 F 、 G ，如果点 E 恰好落在边 BC 上，设 EF 交边 CD 于点 H ，那么 $\frac{CH}{DH}$ 的值是_____.



三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 、 F 分别在边 AB 、 AC 、 BC 上， $DE \parallel BC$ ， $AB = 15$ ， $\frac{AE}{EC} = \frac{2}{3}$.



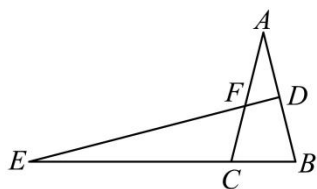
- (1) 求 AD 的长;
- (2) 如果 $BF = 4$, $CF = 6$, 求四边形 $BDEF$ 的周长.

20. 已知二次函数 $y = -x^2 + 4x - 3$.

(1) 用配方法将函数 $y = -x^2 + 4x - 3$ 的解析式化为 $y = a(x + m)^2 + k$ 的形式, 并指出该函数图像的对称轴和顶点坐标;

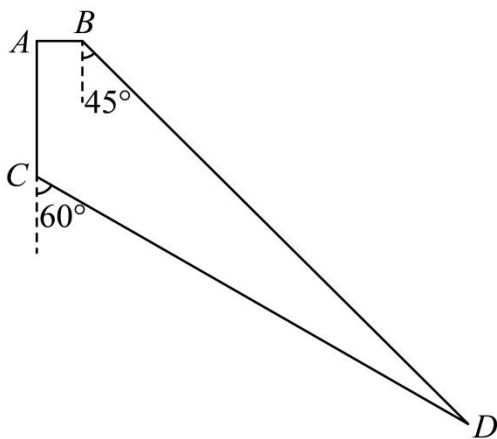
(2) 设该函数的图像与 x 轴交于点 A 、 B , 点 A 在点 B 左侧, 与 y 轴交于点 C , 顶点记作 D , 求四边形 $ADBC$ 的面积.

21. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 4$, $\cos B = \frac{1}{4}$, AB 的垂直平分线交边 AB 于点 D , 交边 AC 于点 F , 交 BC 的延长线于点 E .

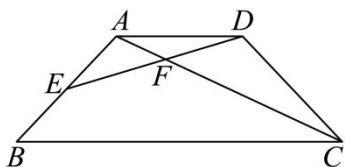


- (1) 求 CE 的长;
- (2) 求 $\angle EFC$ 的正弦值.

22. 周末, 小李计划从家步行到图书馆看书. 如图, 小李家在点 A 处, 现有两条路线: 第一条是从家向正东方向前进 200 米到路口 B , 再沿 B 的南偏东 45° 方向到图书馆 D ; 第二条是从家向正南方向前进 600 米到路口 C , 再沿 C 的南偏东 60° 方向到图书馆 D . 假设小李步行的速度大小保持不变, 那么选择哪条路线更快到达图书馆? 请通过计算说明. (参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.73$, $\sqrt{2} \approx 1.41$, $\sqrt{6} \approx 2.45$)



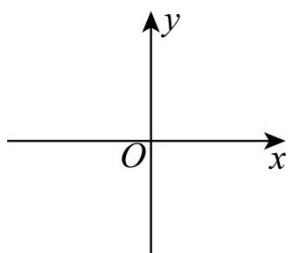
23. 已知: 如图, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = CD$, 点 E 在边 AB 上, AC 与 DE 交于点 F , $\angle ADE = \angle DCA$.



(1) 求证: $AF \cdot AC = AE \cdot CD$;

(2) 如果点 E 是边 AB 的中点, 求证: $AB^2 = 2DF \cdot DE$.

24. 已知在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 - 2ax - 3$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于点 A 、点 B (点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴交于点 C , 抛物线的顶点为 D , 且 $AB = 4$.

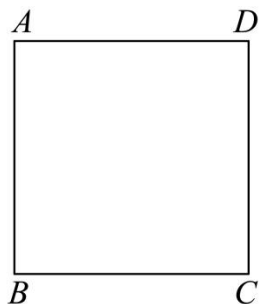
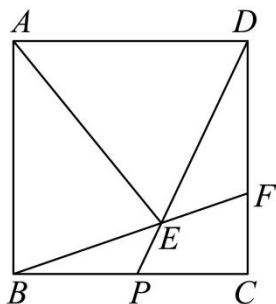


(1) 求抛物线的表达式;

(2) 点 P 是线段 BC 上一点, 如果 $\angle PAC = 45^\circ$, 求点 P 的坐标;

(3) 在第 (2) 小题的条件下, 将该抛物线向左平移, 点 D 平移至点 E 处, 过点 E 作 $EF \perp$ 直线 AP , 垂足为点 F , 如果 $\tan \angle PEF = \frac{1}{2}$, 求平移后抛物线的表达式.

25. 如图, 已知正方形 $ABCD$, 点 P 是边 BC 上的一个动点 (不与点 B 、 C 重合), 点 E 在 DP 上, 满足 $AE = AB$, 延长 BE 交 CD 于点 F .



备用图

(1) 求证: $\angle BED = 135^\circ$;

(2) 连接 CE .

①当 $CE \perp BF$ 时, 求 $\frac{BP}{PC}$ 的值;

②如果 $\triangle CEF$ 是以 CE 为腰的等腰三角形, 求 $\angle FBC$ 的正切值.