

九年级数学

一、选择题 (本大题共 6 题)

1. 在直角坐标平面内, 如果点 $P(4,1)$, 点 P 与原点 O 的连线与 x 轴正半轴的夹角是 α , 那么 $\cot \alpha$ 的值是 ()

- A. 4 B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{4\sqrt{17}}{17}$ D. $\frac{\sqrt{17}}{17}$

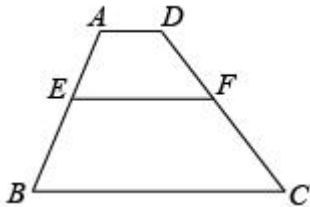
2. 关于抛物线 $y = (x-1)^2 - 2$ 以下说法正确的是 ()

- A. 抛物线在直线 $x = -1$ 右侧的部分是上升的
B. 抛物线在直线 $x = -1$ 右侧的部分是下降的
C. 抛物线在直线 $x = 1$ 右侧的部分是上升的
D. 抛物线在直线 $x = 1$ 右侧的部分是下降的

3. 二次函数 $y = 2x^2 + 8x + 5$ 的图像的顶点位于 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

4. 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 点 E 、 F 分别在腰 AB 、 CD 上, 且 $EF \parallel BC$, 下列比例成立的是 ()



- A. $\frac{AE}{AB} = \frac{AD}{EF}$ B. $\frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC}$ C. $\frac{AE}{AB} = \frac{DF}{FC}$ D. $\frac{AE}{AB} = \frac{DF}{DC}$

5. 矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O , 如果 $\overrightarrow{BC} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DC} = \vec{b}$, 那么 ()

- A. $\overrightarrow{DO} = \frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{b})$ B. $\overrightarrow{DO} = \frac{1}{2}(\vec{b} - \vec{a})$
C. $\overrightarrow{DO} = \vec{a} - \vec{b}$ D. $\overrightarrow{DO} = \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{a})$

6. 下列条件中, 不能判定 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 相似的是 ()

- A. $\angle A = \angle D = 70^\circ$, $\angle B = \angle E = 50^\circ$
B. $\angle A = \angle D = 70^\circ$, $\angle B = 50^\circ$, $\angle E = 60^\circ$

C. $\angle A = \angle E$, $AB = 12$, $AC = 15$, $DE = 4$, $EF = 5$

D. $\angle A = \angle E$, $AB = 12$, $BC = 15$, $DE = 4$, $DF = 5$

二、填空题: (本大题共 12 题)

7. 计算: $3(2\vec{a} - \vec{b}) - (3\vec{a} + 2\vec{b}) =$ _____.

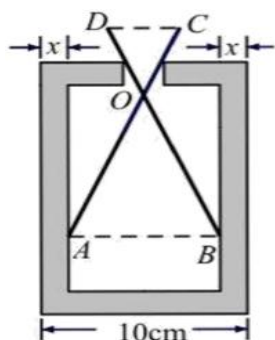
8. 如果一个二次函数的图像的对称轴是 y 轴, 且这个图像经过平移后能与 $y = 3x^2 + 2x$ 重合, 那么这个二次函数的解析式可以是_____. (只要写出一个)

9. 已知两个矩形相似, 第一个矩形的两边长分别是 3 和 4, 第二个矩形较短的一边长是 4, 那么第二个矩形较长的一边长是_____.

10. 已知点 P 是线段 AB 的黄金分割点, 且 $AP > BP$, $AB = 4$, 那么 $AP =$ _____.

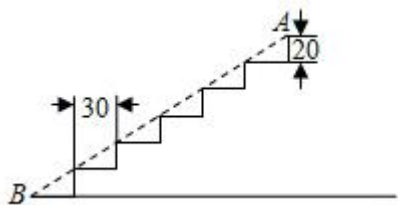
11. 已知 $\triangle ABC$ 的三边长分别为 2、3、4, $\triangle DEF$ 与 $\triangle ABC$ 相似, 且 $\triangle DEF$ 周长为 54, 那么 $\triangle DEF$ 的最短边的长是_____.

12. 如图是一个零件的剖面图, 已知零件的外径为 10cm, 为求出它的厚度 x , 现用一个交叉卡钳 (AC 和 BD 的长相等) 去测量零件的内孔直径 AB . 如果 $\frac{OC}{OA} = \frac{OD}{OB} = \frac{1}{3}$, 且量得 CD 的长是 3cm, 那么零件的厚度 x 是_____ cm.



13. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 已知 $\angle A$ 的正弦值是 $\frac{2}{3}$, 那么 $\angle B$ 的正弦值是_____.

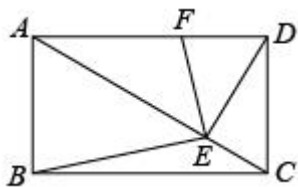
14. 如图, 某幢楼的楼梯每一级台阶的高度为 20 厘米, 宽度为 30 厘米, 那么斜面 AB 的坡度为_____.



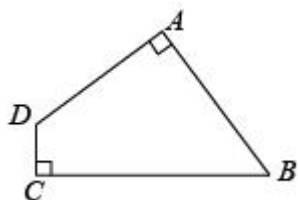
15. 在一块底边长为 20 厘米的等腰直角三角形铁皮上截一块矩形铁皮, 如果矩形的一边与等腰三角形的底边重合且长度为 x 厘米, 矩形另两个顶点分别在等腰直角三角形的两腰上, 设矩形面积为 y 平方厘米, 那么 y 关于 x 的函数解析式是_____. (不必写定义域)

16. 已知 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 过点 G 作 $GD \parallel AC$ 交边 AB 于点 D , 作 $GE \parallel AB$ 交边 AC 于点 E , 如果四边形 $ADGE$ 的面积为 2, 那么 $\triangle ABC$ 的面积是_____.

17. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 过点 D 作对角线 AC 的垂线, 垂足为 E , 过点 E 作 BE 的垂线, 交边 AD 于点 F , 如果 $AB=3$, $BC=5$, 那么 DF 的长是_____.



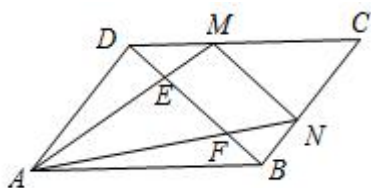
18. 将一张直角三角形纸片沿一条直线剪开, 将其分成一张三角形纸片与一张四边形纸片, 如果所得四边形纸片 $ABCD$ 如图所示, 其中 $\angle A = \angle C = 90^\circ$, $AB=7$ 厘米, $BC=9$ 厘米, $CD=2$ 厘米, 那么原来的直角三角形纸片的面积是_____平方厘米.



三、解答题 (本大题共 7 题)

19. 计算: $\frac{\tan 45^\circ + \cot 45^\circ}{\sin 45^\circ + \cos 30^\circ}$.

20. 已知: 如图, 平行四边形 $ABCD$ 中, 点 M 、 N 分别在边 DC 、 BC 上, 对角线 BD 分别交 AM 、 AN 于点 E 、 F , 且 $DE:EF:BF=1:2:1$.



(1) 求证: $MN \parallel BD$;

(2) 设 $\overrightarrow{AM} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AN} = \vec{b}$, 请直接写出 $\overrightarrow{BD}$ 关于 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的分解式.

21. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y = x^2 + mx + m$.

(1) 如果抛物线经过点 $(1, 9)$, 求该抛物线的对称轴;

(2) 如果抛物线的顶点在直线 $y = -x$ 上, 求 m 的值.

22. 圭表 (如图 1) 是我国古代度量日影长度的天文仪器, 它包括一根直立的杆 (称为“表”) 和一把南北方

向水平放置且与杆垂直的标尺(称为“圭”).当正午的阳光照射在“表”上时,“表”的影子便会投射在“圭”上.我国古代很多地区通过观察“表”在“圭”上的影子长度来测算二十四节气,并以此作为指导农事活动的重要依据.例如,我国古代历法将一年中白昼最短的那一天(当日正午“表”在“圭”上的影子长度为全年最长)定为冬至;白昼最长的那一天(当日正午“表”在“圭”上的影子长度为全年最短)定为夏至.

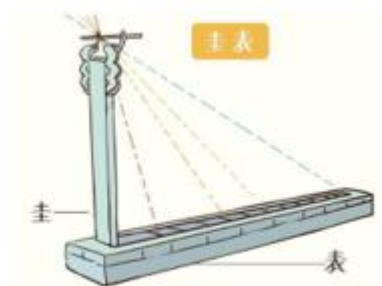


图1

某地发现一个圭表遗迹(如图2),但由于“表”已损坏,仅能测得“圭”上记录的夏至线与冬至线间的距离(即 AB 的长)为11.3米.现已知该地冬至正午太阳高度角(即 $\angle CBD$)为 $35^\circ 34'$,夏至正午太阳高度角(即 $\angle CAD$)为 $82^\circ 26'$,请通过计算推测损坏的“表”原来的高度(即 CD 的长)约为多少米?(参考数据见表1,结果精确到个位)

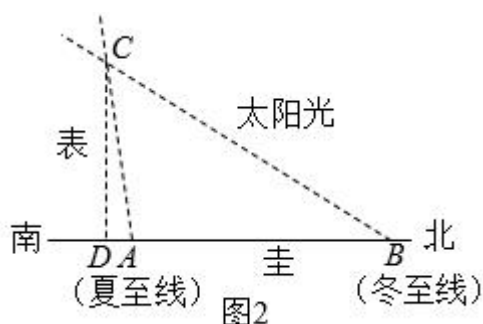


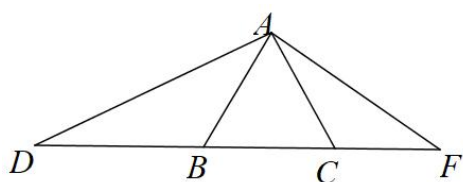
图2

表1

α	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\tan \alpha$
$35^\circ 34'$	0.58	0.81	0.72
$82^\circ 26'$	0.99	0.13	7.5

(注:表1中三角比的值是近似值)

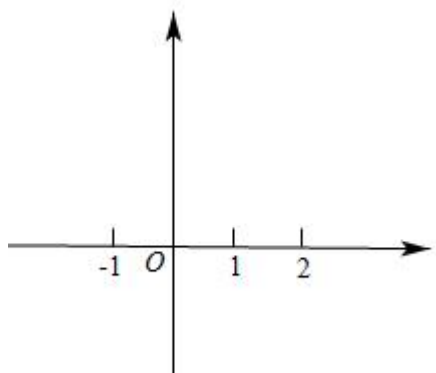
23. 已知:如图,点 D 、 F 分别在等边三角形 ABC 的边 CB 的延长线与反向延长线上,且满足 $BD \cdot CF = BC^2$. 求证:



(1) $\triangle ADB \sim \triangle FAC$;

(2) $AF \cdot AD = BC \cdot DF$.

24. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(-1, y_1)$, $B(0, y_2)$, $C(1, y_3)$, $D(2, y_4)$ 在抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 上.



(1) 当 $y_1 = 0$, $y_2 = y_3$ 时,

①求该抛物线的表达式;

②将该抛物线向下平移 2 个单位, 再向左平移 m 个单位后, 所得的新抛物线经过点 $(-1, 0)$, 求 m 的值;

(2) 若 $y_2 = 0$, 且 y_1, y_3, y_4 中有且仅有一个值大于 0, 请结合抛物线的位置和图像特征, 先写出一个满足条件的 b 的值, 再求 b 的取值范围.

25. 已知, 如图 1, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle BAC = \angle ADC = 90^\circ$, $CD = 4$, $\cos \angle ACD = \frac{4}{5}$.

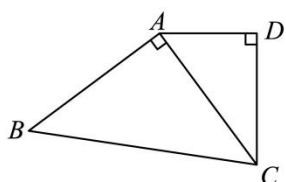


图1

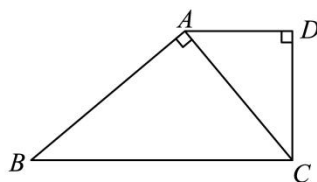
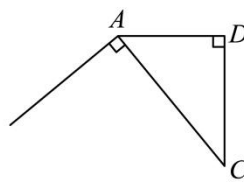


图2



备用图

(1) 当 $BC \parallel AD$ 时 (如图 2), 求 AB 的长;

(2) 连接 BD , 交边 AC 于点 E ,

①设 $CE = x$, $AB = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式并写出定义域;

②当 $\triangle BDC$ 是等腰三角形时, 求 AB 的长.

