

2022 学年第一学期初三数学

(测试时间: 100 分钟, 满分: 150 分) 2023.1

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

1. 下列函数中, y 关于 x 的二次函数是 ()

A. $y = ax^2 + bx + c$

B. $y = \frac{1}{x^2 + 1}$

C. $y = x(x+1)$

D. $y = (x+2)^2 - x^2$

2. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 如果 $\angle A = 40^\circ$, $AC = b$, 那么 BC 等于 ()

A. $b\sin 40^\circ$

B. $b\cos 40^\circ$

C. $b\tan 40^\circ$

D. $b\cot 40^\circ$

3. 已知 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 都是单位向量, 下列结论中, 正确的是 ()

A. $|\vec{a}| = |\vec{b}|$

B. $\vec{a} = \vec{b}$

C. $\vec{a} = 1$

D. $\vec{a} - \vec{b} = 0$

4. 已知 P, Q 是线段 AB 的两个黄金分割点, 且 $AB=10$, 则 PQ 长为 ()

A. $5(\sqrt{5}-1)$

B. $5(\sqrt{5}+1)$

C. $10(\sqrt{5}-2)$

D. $5(3-\sqrt{5})$

5. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D、E 分别在边 BA、CA 的延长线上, 下列比例式中能判定 $DE \parallel BC$ 的为 ()

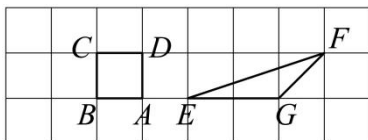
A. $\frac{BC}{DE} = \frac{AB}{AD}$

B. $\frac{AC}{AD} = \frac{AB}{AE}$

C. $\frac{AC}{CE} = \frac{AB}{BD}$

D. $\frac{AC}{AB} = \frac{BD}{CE}$

6. 如图, 正方形 $ABCD$ 与 $\triangle EFG$ 在方格纸中, 正方形和三角形的顶点都在格点上, 那么与 $\triangle EFG$ 相似的是 ()



A. 以点 E、F、A 为顶点的三角形

B. 以点 E、F、B 为顶点的三角形

C. 以点 E、F、C 为顶点的三角形

D. 以点 E、F、D 为顶点的三角形

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 若 $\frac{x}{y} = \frac{1}{3}$, 则 $\frac{x}{x+y} =$ _____.

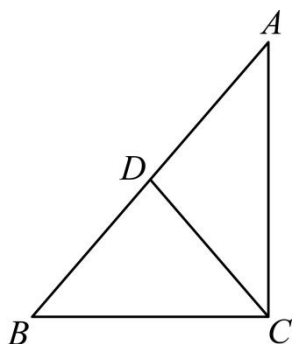
8. 已知抛物线 $y = -x^2 - 3x + 3$, 它与 y 轴的交点坐标为 _____.

9. 抛物线 $y = x^2 + 2$ 向下平移 1 个单位, 再向右平移 3 个单位, 得到的抛物线的函数解析式为 _____.

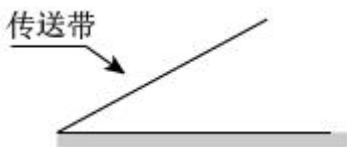
10. 二次函数 $y = x^2 - 6x$ 图像上的最低点的纵坐标为 _____.

11. 如果两个相似三角形的面积之比为4:9, 这两个三角形的周长的和是100cm, 那么较小的三角形的周长为_____ cm.

12. 如图, $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, CD 是斜边 AB 上的中线, 已知 $CD = 2$, $AC = 3$, 则 $\cos A =$ ____.

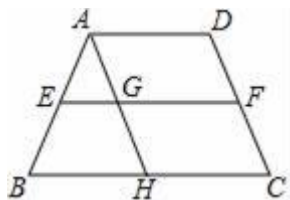


13. 如图, 传送带和地面所成斜坡的坡度 $i = 1:3$, 如果它把某物体从地面送到离地面10米高的地方, 那么该物体所经过的路程是_____米.

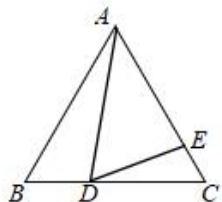


14. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, EF 是梯形 $ABCD$ 的中位线, $AH \parallel CD$ 分别交 EF 、 BC 于点 G 、 H ,

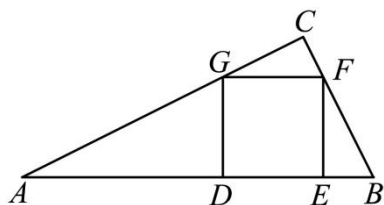
若 $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 则用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{EG} =$ _____.



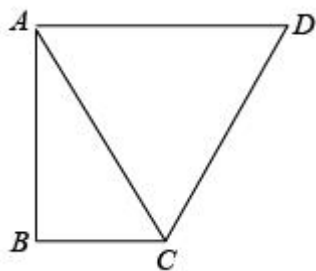
15. 如图, $\triangle ABC$ 为等边三角形, 点 D 、 E 分别在边 BC 、 AC 上, $\angle ADE = 60^\circ$, 如果 $BD:DC = 1:2$, $AD = 2$, 那么 DE 的长等于_____.



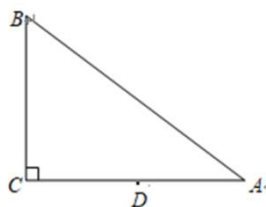
16. 如图, 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 2$, $BC = 1$, 正方形 $DEFG$ 内接于 $\triangle ABC$, 点 G 、 F 分别在边 AC 、 BC 上, 点 D 、 E 在斜边 AB 上, 那么正方形 $DEFG$ 的边长是_____.



17. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $\angle BAC = 30^\circ$, $BC = 1$, 以 AC 为边在 $\triangle ABC$ 外作等边 $\triangle ACD$, 设点 E 、 F 分别是 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ACD$ 的重心, 则两重心 E 与 F 之间的距离是_____.



18. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 10$, $AC = 8$, 点 D 是 AC 的中点, 点 E 在边 AB 上, 将 $\triangle ADE$ 沿 DE 翻折, 使得点 A 落在点 A' 处, 当 $A'E \perp AB$ 时, 那么 AA' 的长为_____.

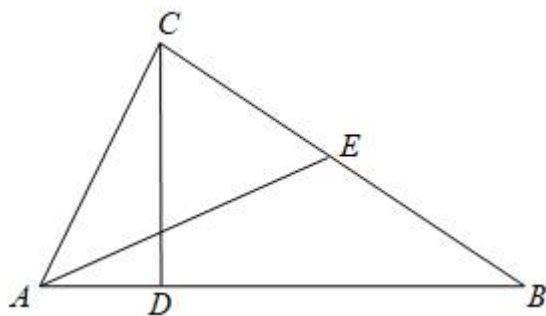


三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 计算: $\frac{\tan 45^\circ - \cos 60^\circ}{2 \sin 30^\circ} + \cot^2 60^\circ$

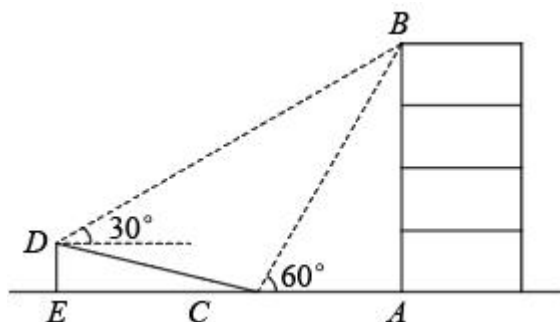
20. 已知在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图像经过点 $A(1, 0)$ 、 $B(0, -5)$ 、 $C(2, 3)$. 求这个二次函数的解析式, 并求出其图像的顶点坐标和对称轴.

21. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $CD \perp AB$, 垂足为点 D , $AD = 2$, $BD = 6$, $\tan \angle B = \frac{2}{3}$, 点 E 是边 BC 的中点.

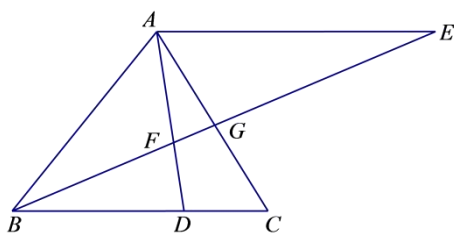


- (1) 求边 AC 的长;
- (2) 求 $\angle EAB$ 的正弦值.

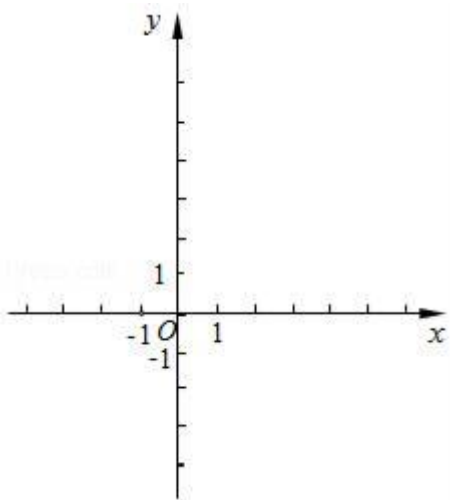
22. 如图, 在大楼 AB 的正前方有一斜坡 CD , $CD = 26$ 米, 坡度 $i = 1:2.4$, 小明在斜坡下端 C 处测得楼顶 B 的仰角为 60° , 在斜坡上的点 D 处测得楼顶 B 的仰角为 30° , DE 与地面垂直, 垂足为 E , 其中点 A 、 C 、 E 在同一直线上.



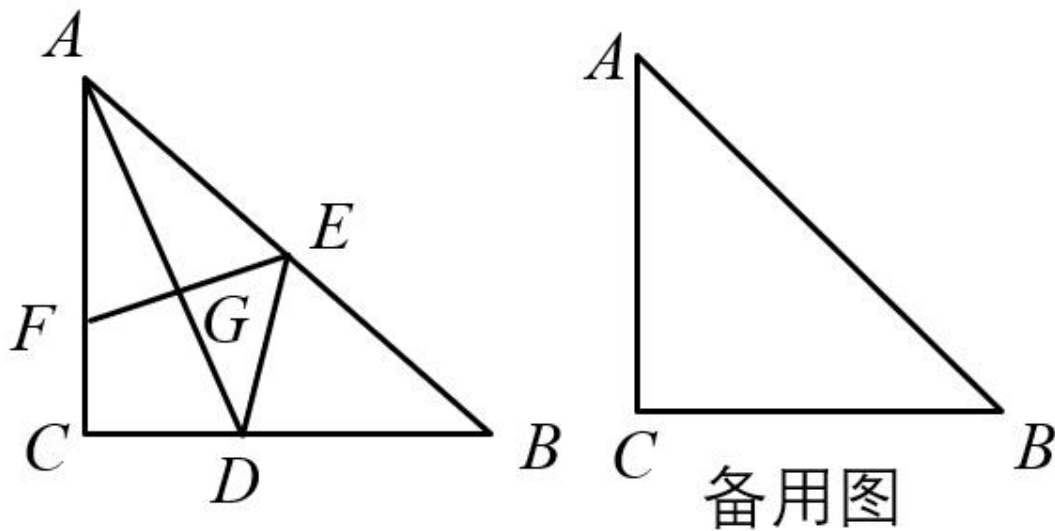
- (1) 求 DE 的值;
 - (2) 求大楼 AB 的高度 (结果保留根号)
23. 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 BC 上, $AE \parallel BC$, BE 与 AD 、 AC 分别相交于点 F 、 G , $AF^2 = FG \cdot FE$.
- (1) 求证: $\triangle CAD \sim \triangle CBG$;
 - (2) 联结 DG , 求证: $DG \cdot AE = AB \cdot AG$.



24. 在平面直角坐标系 xOy (如图) 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 2$ 经过点 $A(4, 0)$ 、 $B(2, 2)$, 与 y 轴的交点为 C .
- (1) 试求这个抛物线的表达式;
 - (2) 如果这个抛物线的顶点为 M , 求 $\triangle AMC$ 的面积;
 - (3) 如果这个抛物线的对称轴与直线 BC 交于点 D , 点 E 在线段 AB 上, 且 $\angle DOE = 45^\circ$, 求点 E 的坐标.



25. 如图, 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC = 4$, 点 D 为边 BC 上一动点 (与点 B 、 C 不重合), 点 E 为边 AB 上一点, $\angle EDB = \angle ADC$, 过点 E 作 $EF \perp AD$, 垂足为点 G , 交射线 AC 于点 F .



- (1) 如果点 D 为边 BC 的中点, 求 $\angle DAB$ 的正切值;
- (2) 当点 F 在边 AC 上时, 设 $CD = x$, $CF = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式及定义域;
- (3) 联结 DF 如果 $\triangle CDF$ 与 $\triangle AGE$ 相似, 求线段 CD 的长.

