

# 2022 学年度学生学习能力诊断练习

## 初三数学

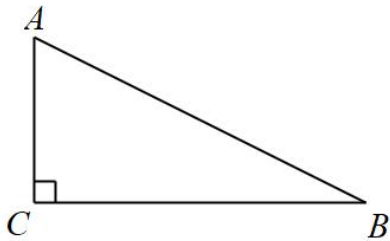
(满分 150 分, 时间 100 分钟)

一、选择题: 本题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 如果某个斜坡的坡度是  $1:\sqrt{3}$ , 那么这个斜坡的坡角为 ( )

- A.  $30^\circ$                       B.  $45^\circ$                       C.  $60^\circ$                       D.  $90^\circ$

2. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = 1$ ,  $BC = 2$ , 那么  $\cos A$  的值为 ( )

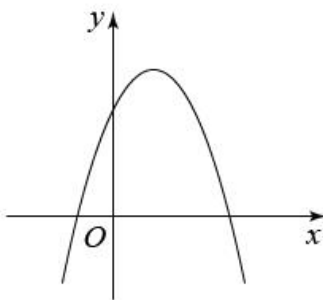


- A.  $\frac{1}{2}$                       B. 2                      C.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$                       D.  $\frac{2}{5}\sqrt{5}$

3. 已知抛物线  $y = (2-a)x^2 + 1$  有最低点, 那么  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $a > 0$                       B.  $a < 0$                       C.  $a > 2$                       D.  $a < 2$

4. 已知二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图像如图所示, 那么下列四个结论中, 错误的是 ( )

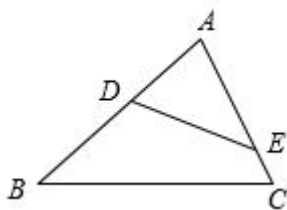


- A.  $a < 0$                       B.  $b < 0$                       C.  $c > 0$                       D.  $abc < 0$

5. 如果点  $A(-2, y_1)$  与点  $B(-3, y_2)$  都在抛物线  $y = x^2 + k$  上, 那么  $y_1$  和  $y_2$  的大小关系是 ( )

- A.  $y_1 > y_2$                       B.  $y_1 < y_2$                       C.  $y_1 = y_2$                       D. 不能确定

6. 如图, 点  $D$ 、 $E$  分别在  $\triangle ABC$  边  $AB$ 、 $AC$  上,  $\frac{AB}{AD} = \frac{AE}{CE} = 3$ , 且  $\angle AED = \angle B$ , 那么  $\frac{AD}{AC}$  的值为 ( )



- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{1}{3}$                       C.  $\frac{1}{4}$                       D.  $\frac{2}{3}$

## 二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. 已知线段  $b$  是线段  $a$ 、 $c$  的比例中项，且  $a=2$ ， $c=8$ ，那么  $b=$ \_\_\_\_\_.

8. 计算： $2\vec{b} - \frac{1}{2}(6\vec{a} - 2\vec{b}) =$ \_\_\_\_\_.

9. 抛物线  $y=x^2-4x+3$  与  $y$  轴的交点坐标是\_\_\_\_\_.

10. 沿着  $x$  轴正方向看，抛物线  $y=-x^2+2x$  在其对称轴右侧的部分是\_\_\_\_\_的。（填“上升”或“下降”）

11. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，将抛物线  $y=x^2+2x$  沿着  $y$  轴向下平移 2 个单位，所得到的新抛物线的表达式为\_\_\_\_\_.

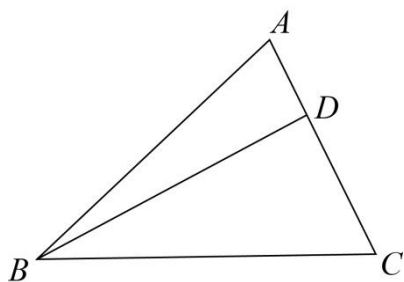
12. 已知抛物线  $y=ax^2+bx+c$  上部分点的横坐标  $x$  与纵坐标  $y$  的对应值如下表：

|     |     |    |   |   |   |    |     |
|-----|-----|----|---|---|---|----|-----|
| $x$ | ... | -1 | 0 | 2 | 3 | 4  | ... |
| $y$ | ... | 5  | 2 | 2 | 5 | 10 | ... |

如果点  $(-2, m)$  在此抛物线上，那么  $m=$ \_\_\_\_\_.

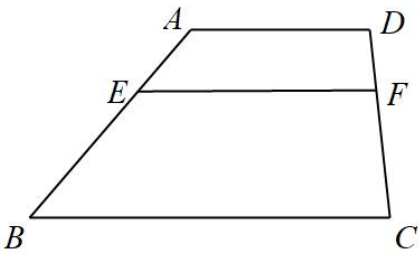
13. 已知  $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$ ，顶点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  分别与  $A_1$ 、 $B_1$ 、 $C_1$  对应， $AC=12$ ， $A_1C_1=9$ ， $\angle A_1$  的平分线的长为 6，那么  $\angle A$  的平分线的长为\_\_\_\_\_.

14. 如图，在  $\triangle ABC$  中，点  $D$  在边  $AC$  上，已知  $\triangle ABD$  和  $\triangle BCD$  的面积比是 1:2， $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$ ， $\overrightarrow{DB}=\vec{b}$ ，那么用向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  表示向量  $\overrightarrow{AC}$  为\_\_\_\_\_.

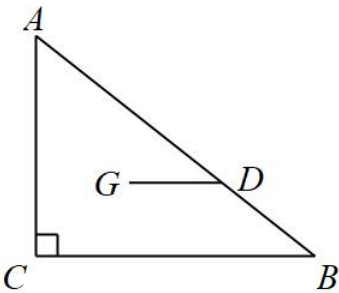


15. 如图，在梯形  $ABCD$  中， $AD \parallel BC$ ，点  $E$ 、 $F$  分别在边  $AB$ 、 $CD$  上且  $EF \parallel AD$ ，已知  $AE:EB=1:2$ ，

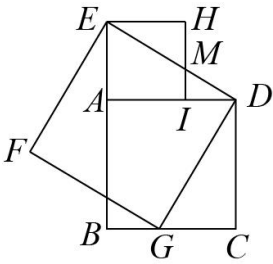
$AD = 3, EF = 4$ ，那么  $BC$  的长是\_\_\_\_\_.



16. 如图，在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点  $G$  为  $\triangle ABC$  的重心，过点  $G$  作  $GD \parallel BC$  交  $AB$  于点  $D$ 。已知  $AB = 10, \sin B = \frac{3}{5}$ ，那么  $GD$  的长为\_\_\_\_\_.



17. 魏晋时期，数学家刘徽利用如图所示的“青朱出入图”证明了勾股定理，其中四边形  $ABCD$ 、四边形  $EFGD$  和四边形  $EAIH$  都是正方形。如果图中  $\triangle EMH$  与  $\triangle DMI$  的面积比为  $\frac{16}{9}$ ，那么  $\tan \angle GDC$  的值为\_\_\_\_\_.



18. 我们规定：如果一个三角形一边上的高等于这条边，那么这个三角形叫做“等高底”三角形，这条边叫做这个三角形的“等底”。如图，已知直线  $l_1 \parallel l_2$ ， $l_1$  与  $l_2$  之间的距离是 3，“等高底” $\triangle ABC$  的“等底” $BC$  在直线  $l_1$  上 (点  $B$  在点  $C$  的左侧)，点  $A$  在直线  $l_2$  上， $AB = \sqrt{2}BC$ ，将  $\triangle ABC$  绕点  $B$  顺时针旋转  $45^\circ$  得到  $\triangle A_1B_1C_1$ ，点  $A$ 、 $C$  的对应点分别为点  $A_1$ 、 $C_1$ ，那么  $A_1C$  的长为\_\_\_\_\_.

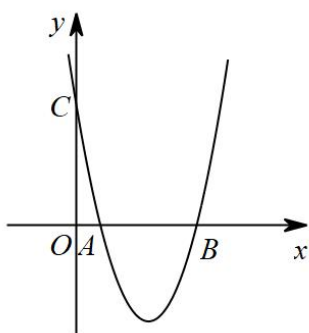
\_\_\_\_\_  $l_2$

\_\_\_\_\_  $l_1$

### 三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 计算:  $\cos^2 45^\circ - \frac{\tan 30^\circ}{2\sin 60^\circ} + \cot^2 30^\circ$ .

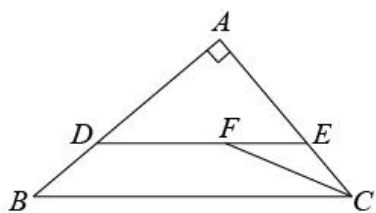
20. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y = x^2 + bx + c$  与  $x$  轴交于点  $A(1, 0)$  和  $B(5, 0)$ , 与  $y$  轴交于点  $C$ .



(1) 求此抛物线的表达式及点  $C$  的坐标;

(2) 将此抛物线沿  $x$  轴向左平移  $m$  ( $m > 0$ ) 个单位得到新抛物线, 且新抛物线仍经过点  $C$ , 求  $m$  的值.

21. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $BC = 9$ ,  $\sin B = \frac{2}{3}$ , 点  $E$  在边  $AC$  上, 且  $AE = 2EC$ , 过点  $E$  作  $DE \parallel BC$  交边  $AB$  于点  $D$ ,  $\angle ACB$  的平分线  $CF$  交线段  $DE$  于点  $F$ , 求  $DF$  的长.



22. 如图 1 是钢琴缓降器, 图 2 和图 3 是钢琴缓降器两个位置的示意图.  $AB$  是缓降器的底板, 压柄  $BC$  可以绕着点  $B$  旋转, 液压伸缩连接杆  $DE$  的端点  $D$ 、 $E$  分别固定在压柄  $BC$  与底板  $AB$  上, 已知  $BE = 12\text{cm}$ .



图1

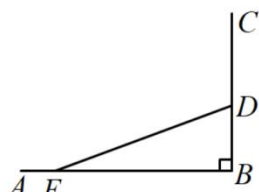


图2

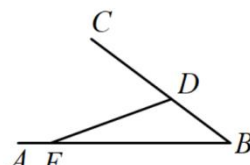


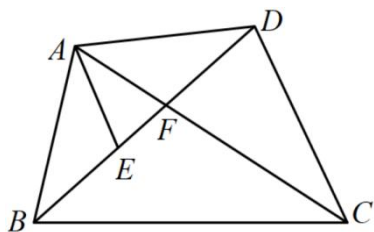
图3

(1) 如图 2, 当压柄  $BC$  与底座  $AB$  垂直时,  $\angle DEB$  约为  $22.6^\circ$ , 求  $BD$  的长;

(2) 现将压柄  $BC$  从图 2 的位置旋转到与  $AB$  成  $37^\circ$  角 (即  $\angle ABC = 37^\circ$ )，如图 3 的所示，求此时液压伸缩连接杆  $DE$  的长. (结果保留根号)

(参考数据:  $\sin 22.6^\circ \approx \frac{5}{13}$ ,  $\cos 22.6^\circ \approx \frac{12}{13}$ ,  $\tan 22.6^\circ \approx \frac{5}{12}$ ;  $\sin 37^\circ \approx \frac{3}{5}$ ,  $\cos 37^\circ \approx \frac{4}{5}$ ,  $\tan 37^\circ \approx \frac{3}{4}$ )

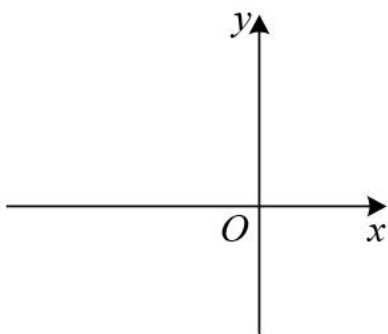
23. 如图，在四边形  $ABCD$  中，对角线  $BD$  与  $AC$  交于点  $F$ ， $\angle ADB = \angle ACB$ .



(1) 求证:  $\angle ABD = \angle ACD$ ;

(2) 过点  $A$  作  $AE \parallel DC$  交  $BD$  于点  $E$ ，求证:  $EF \cdot BC = AD \cdot AF$ .

24. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，已知抛物线  $y = -x^2 + 2kx - 4k$  ( $k < 0$ ) 的顶点为  $P$ ，抛物线与  $y$  轴交于点  $A$ .



(1) 如果点  $A$  的坐标为  $(0, 4)$ ，点  $B(-3, m)$  在抛物线上，连接  $AB$ .

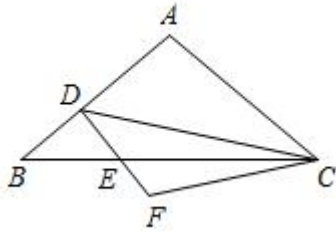
①求顶点  $P$  和点  $B$  的坐标;

②过抛物线上点  $D$  作  $DM \perp x$  轴，垂足为  $M$ ， $DM$  交线段  $AB$  于点  $E$ ，如果  $DE = EM$ ，求点  $D$  的坐标;

(2) 连接  $OP$ ，如果  $OP$  与  $x$  轴负半轴的夹角等于  $\angle APO$  与  $\angle POA$  的和，求  $k$  的值.

25. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $AB = AC = 10$ ,  $\sin B = \frac{3}{5}$ ，点  $D$ 、 $E$  分别在边  $AB$ 、 $BC$  上，满足  $\angle CDE = \angle B$ . 点

$F$  是  $DE$  延长线上一点，且  $\angle ECF = \angle ACD$ .



- (1) 当点  $D$  是  $AB$  的中点时, 求  $\tan \angle BCD$  的值;
- (2) 如果  $AD = 3$ , 求  $\frac{CF}{DE}$  的值;
- (3) 如果  $\triangle BDE$  是等腰三角形, 求  $CF$  的长.

