

2022 年上海市虹口区中考数学一模试卷

2022.1

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. 下列选项中的两个图形一定相似的是（ ）

- A. 两个等腰三角形 B. 两个矩形 C. 两个菱形 D. 两个正方形

2. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = 12$ ， $AC = 5$ ，那么 $\cot B$ 等于（ ）

- A. $\frac{5}{13}$ B. $\frac{12}{13}$ C. $\frac{12}{5}$ D. $\frac{5}{12}$

3. 已知 $\vec{a} = 7\vec{b}$ ，下列说法中不正确的是（ ）

- A. $\vec{a} - 7\vec{b} = 0$ B. $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 方向相同 C. $\vec{a} \parallel \vec{b}$ D. $|\vec{a}| = 7|\vec{b}|$

4. 下列函数中，属于二次函数的是（ ）

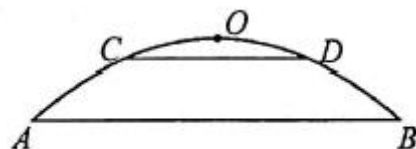
- A. $y = \sqrt{x^2 + x}$ B. $y = (x-1)^2 - x^2$
C. $y = 5x^2$ D. $y = \frac{2}{x^2}$

5. 在 $\triangle ABC$ 中，点 E 、 D 、 F 分别在边 AB 、 BC 、 AC 上，联结 DE 、 DF ，如果 $DE \parallel AC$ ， $DF \parallel AB$ ， $AE:EB = 3:2$ ，那么 $AF:FC$ 的值是（ ）

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

6. 如图所示，一座抛物线形的拱桥在正常水位时，水面 AB 宽为 20 米，拱桥的最高点 O 到水面 AB 的距离为 4 米. 如果此时水位上升 3 米就达到警戒水位 CD ，那么 CD 宽为（ ）

- A. $4\sqrt{5}$ 米 B. 10 米 C. $4\sqrt{6}$ 米 D. 12 米



第 6 题图

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

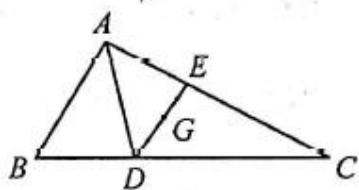
【请直接将结果填入答题纸的相应位置】

7. 如果 $\frac{m}{n} = \frac{5}{6}$ ，那么 $\frac{m-n}{n} = \underline{\hspace{2cm}}$.

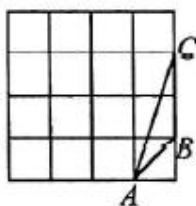
8. 已知点 P 是线段 AB 的黄金分割点 ($AP > PB$)，如果 $AB = 2$ ，那么线段 $AP = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. 如果向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{x}$ 满足 $\frac{1}{2}(\vec{x} + \vec{a}) = \vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}$ ，那么 $\vec{x} = \underline{\hspace{2cm}}$ (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示).

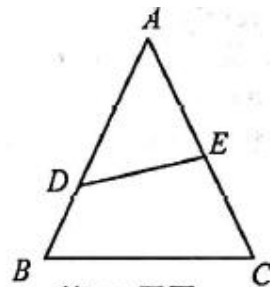
10. 如果二次函数 $y = (m-1)x^2 + x + m^2 - 1$ 的图像经过原点, 那么 $m =$ _____.
11. 如果抛物线 $y = (2-a)x^2 + 2$ 开口向下, 那么 a 的取值范围是 _____.
12. 如果抛物线过点 $(-2, 3)$, 且与 y 轴的交点是 $(0, 3)$, 那么抛物线的对称轴是直线 _____.
13. 已知点 $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$ 为函数 $y = -2(x-1)^2 + 3$ 的图像上的两点, 若 $x_1 < x_2 < 0$, 则 y_1 _____ y_2 (填 “>”、“=” 或 “<”).
14. 如果一个斜坡的坡度 $i = 1 : \frac{\sqrt{3}}{3}$, 那么该斜坡的坡角度数是 _____°.
15. 已知 $Rt\triangle ABC$ 的两直角边之比为 3:4, 若 $\triangle DEF$ 与 $\triangle ABC$ 相似, 且 $\triangle DEF$ 最长的边长为 20, 则 $\triangle DEF$ 的周长为 _____.
16. 如图, 过 $\triangle ABC$ 的重心 G 作 $ED \parallel AB$ 分别交边 AC 、 BC 于点 E 、 D , 联结 AD , 如果 AD 平分 $\angle BAC$, $AB = 6$, 那么 $EC =$ _____.



第 16 题图



第 17 题图



第 18 题图

17. 在网格中, 每个小正方形的顶点称为格点, 以格点为顶点的三角形称为“格点三角形”. 如图, 在 4×4 的网格中, $\triangle ABC$ 是一个格点三角形, 如果 $\triangle DEF$ 也是该网格中的一个格点三角形, 它与 $\triangle ABC$ 相似且面积最大, 那么 $\triangle DEF$ 与 $\triangle ABC$ 相似比的值是 _____.
18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 15$, $\sin \angle A = \frac{4}{5}$. 点 D 、 E 分别在 AB 和 AC 边上, $AD = 2DB$, 把 $\triangle ADE$ 沿着直线 DE 翻折得 $\triangle DEF$, 如果射线 $EF \perp BC$, 那么 $AE =$ _____.

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (本题满分 10 分)

计算: $\frac{2 \sin 60^\circ + 3 \tan 30^\circ}{\cot 30^\circ - \cot 45^\circ}$.

20. (本题满分 10 分, 第 (1) 小题 5 分, 第 (2) 小题 5 分)

已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 上部分点的横坐标 x 与纵坐标 y 的对应值如下表:

(1) 求该抛物线的表达式;

(2) 将抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 沿 x 轴向右平移 m ($m > 0$) 个单位, 使得新抛物线经过原点 O , 求 m 的值以及新抛物线的表达式.

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y	...	3	4	3	0	-5	...

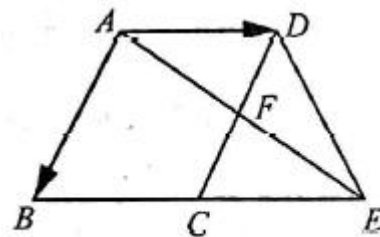
21. (本题满分 10 分, 第 (1) 小题 6 分, 第 (2) 小题 4 分)

如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 延长 BC 到点 E , 使 $CE = BC$, 联结 AE 交 DC 于点 F , 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$.

(1) 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{DE}$;

(2) 求作: 向量 $\overrightarrow{AF}$ 分别在 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 方向上的分向量.

(不要求写作法, 但要写明结论.)

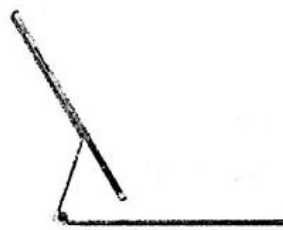


第 21 题图

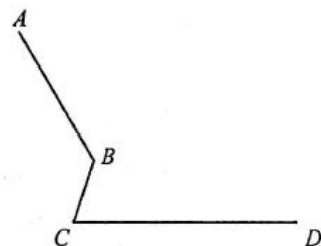
22. (本题满分 10 分)

图 1 是一款平板电脑支架，由托板、支撑板和底座构成. 工作时，可将平板电脑吸附在托板上，底座放置在桌面上，图 2 是其侧面结构示意图，已知托板 AB 长 200mm，支撑板 CB 长 80mm，当 $\angle ABC = 130^\circ$ ， $\angle BCD = 70^\circ$ 时，求托板顶点 A 到底座 CD 所在平面的距离 (结果精确到 1mm) .

(参考数据: $\sin 70^\circ \approx 0.94$ ， $\cos 70^\circ \approx 0.34$ ， $\tan 70^\circ \approx 2.75$ ， $\sqrt{\sqrt{2}} \approx 1.41$ ， $\sqrt{3} \approx 1.73$)



第 22 题图 1



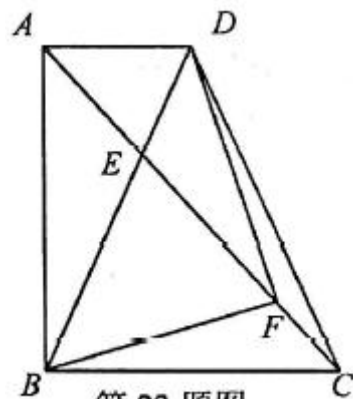
第 22 题图 2

23. (本题满分 12 分，第 (1) 小题 6 分，第 (2) 小题 6 分)

如图，在梯形 $ABCD$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AD \parallel BC$ ， $BC = 2AD$ ，对角线 AC 与 BD 交于点 E . 点 F 是线段 EC 上一点，且 $\angle BDF = \angle BAC$.

(1) 求证: $EB^2 = EF \cdot EC$;

(2) 如果 $BC = 6$ ， $\sin \angle BAC = \frac{2}{3}$ ，求 FC 的长.

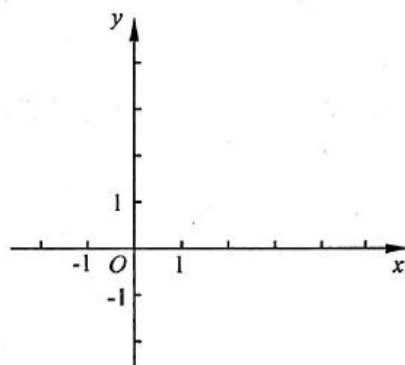


第 23 题图

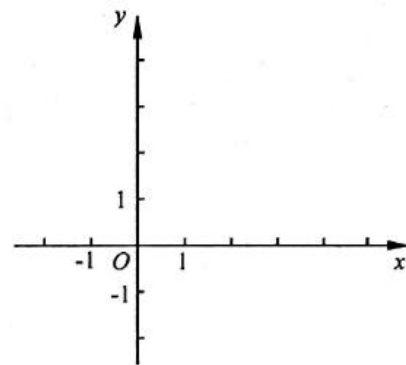
24. (本题满分 12 分, 第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 4 分, 第 (3) 小题 4 分)

已知开口向上的抛物线 $y = ax^2 - 4ax + 3$ 与 y 轴的交点为 A , 顶点为 B , 点 A 与点 C 关于对称轴对称, 直线 AB 与 OC 交于点 D .

- (1) 求点 C 的坐标, 并用含 a 的代数式表示点 B 的坐标;
- (2) 当 $\angle ABC = 90^\circ$ 时, 求抛物线 $y = ax^2 - 4ax + 3$ 的表达式;
- (3) 当 $\angle ABC = 2\angle BCD$ 时, 求 OD 的长.



第 24 题图



备用图

25. (本题满分 14 分, 第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 5 分, 第 (3) 小题 5 分)

已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 10$, $\tan B = \frac{3}{4}$, 点 D 是边 BC 延长线上的一点, 在射线 AB 上取一点 E , 使得 $\angle ADE = \angle ABC$, 过点 A 作 $AF \perp DE$ 于点 F .

- (1) 当点 E 在线段 AB 上时, 求证: $\frac{AF}{AC} = \frac{DE}{BD}$;
- (2) 在 (1) 题的条件下, 设 $CD = x$, $DE = y$, 求 y 关于 x 的函数关系式, 并写出 x 的取值范围;
- (3) 记 DE 交射线 AC 于点 G , 当 $\triangle AEF \sim \triangle AGF$ 时, 求 CD 的长.

