

2020 学年闵行初三数学质量调研

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

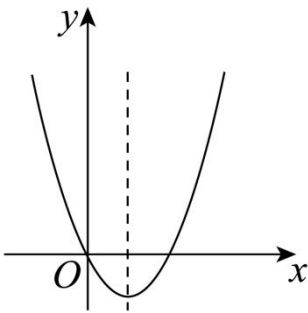
1. 下列函数中, 是二次函数的是 ()

- A. $y = -\frac{2}{x^2} - 3x$ B. $y = -(x-1)^2 + x^2$ C. $y = 11x^2 + 29x$ D. $y = ax^2 + bx + c$

2. 已知在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = \beta$, $AB = 5$, 那么 AC 的长为 ()

- A. $5\cos\beta$ B. $5\sin\beta$ C. $\frac{5}{\cos\beta}$ D. $\frac{5}{\sin\beta}$

3. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 图象经过点 $O(0,0)$, 那么根据图象, 下列判断正确的是 ()



- A. $a < 0$ B. $b > 0$ C. $ab > 0$ D. $c = 0$

4. 以下说法错误的是 ()

- A. 如果 $k\vec{a} = \vec{0}$, 那么 $\vec{a} = \vec{0}$;
B. 如果 $\vec{a} = -2\vec{b}$, 那么 $|\vec{a}| = 2|\vec{b}|$;
C. 如果 $\vec{a} = \frac{2}{3}\vec{b}$ ($\vec{b}$ 为非零向量), 那么 $\vec{a} \parallel \vec{b}$;
D. 如果 $\vec{a}_0$ 是与非零向量 $\vec{a}$ 同方向的单位向量, 那么 $\vec{a} = |\vec{a}|\vec{a}_0$.

5. 已知 $\odot A$ 与 $\odot B$ 的半径分别是 6 和 8, 圆心距 $AB = 2$, 那么 $\odot A$ 与 $\odot B$ 的位置关系是 ()

- A. 相交 B. 内切 C. 外切 D. 内含

6. 古希腊艺术家发现当人的头顶至肚脐的长度 (上半身的长度) 与肚脐至足底的长度 (下半身的长度) 的比值为“黄金分割数”时, 人体的身材是最优美的, 一位女士身高为 154cm, 她上半身的长度为 62cm, 为

了使自己的身材显得更为优美，计划选择一双合适的高跟鞋，使自己的下半身长度增加，你认为选择鞋跟高为多少厘米的高跟鞋最佳（ ）

- A. 4cm B. 6cm C. 8cm D. 10cm

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. 如果 $2a = 3b (b \neq 0)$ ，那么 $\frac{a}{b} =$ _____.

8. 化简： $\frac{1}{3}(-3\vec{a} + \vec{b}) + \frac{2}{3}\vec{b} =$ _____.

9. 抛物线 $y = -x^2 - 3x$ 在对称轴的右侧部分是_____的（填“上升”或“下降”）.

10. 将抛物线 $y = x^2 + 2x$ 向下平移 1 个单位，那么所得抛物线与 y 轴的交点的坐标为_____.

11. 已知两个相似三角形的面积比为 4: 9，那么这两个相似三角形的周长比为 _____.

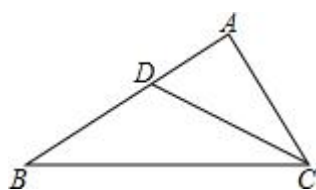
12. 在 $\triangle ABC$ 中，点 D、E 分别在边 AB、AC 上，且 $DE \parallel BC$ ，如果： $\frac{DE}{BC} = \frac{2}{5}$ ，那么 $\frac{AE}{EC} =$ _____.

13. 在直角坐标平面内有一点 $A(12, 5)$ ，点 A 与原点 O 的连线与 x 轴的正半轴的夹角为 θ ，那么 $\cos \theta =$ _____.

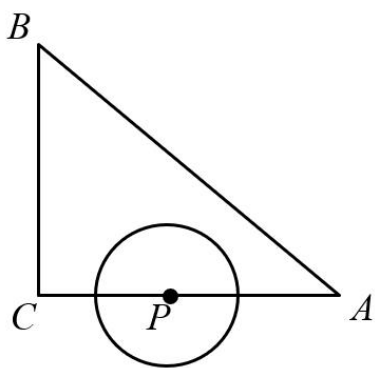
14. 如果港口 A 的南偏东 52° 方向有一座小岛 B，那么从小岛 B 观察港口 A 的方向是_____.

15. 正六边形的边心距与半径的比值为_____（结果保留根号）.

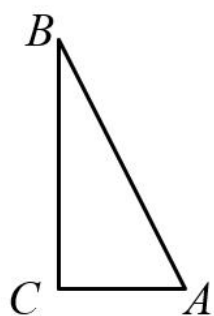
16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 2AC$ ，点 D 在边 AB 上，且 $\angle ACD = \angle B$ ，那么 $\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABC}} =$ _____.



17. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AB = 5$ ， $BC = 3$ ，点 P 在边 AC 上， $\odot P$ 的半径为 1，如果 $\odot P$ 与边 BC 和边 AB 都没有公共点，那么线段 PC 长的取值范围是_____.



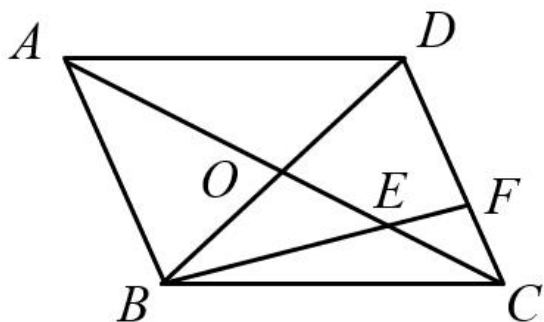
18. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 3$, $\tan B = \frac{1}{2}$, 将 $\triangle ABC$ 绕着点 A 顺时针旋转后, 点 B 恰好落在射线 CA 上的点 D 处, 点 C 落在点 E 处, 射线 DE 与边 AB 相交于点 F, 那么 $BF =$ _____.



三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

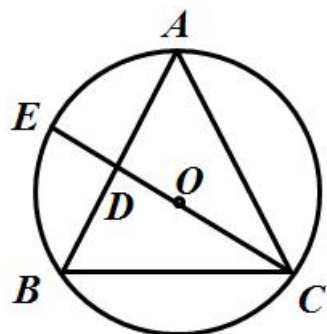
19. 计算: $2\cos 60^\circ - \cot 30^\circ + \frac{4\sin^2 45^\circ}{\tan 60^\circ - 1}$

20. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC、BD 相交于点 O. E 为 OC 的中点, 连接 BE 并延长, 交边 CD 于点 F, 设 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$.



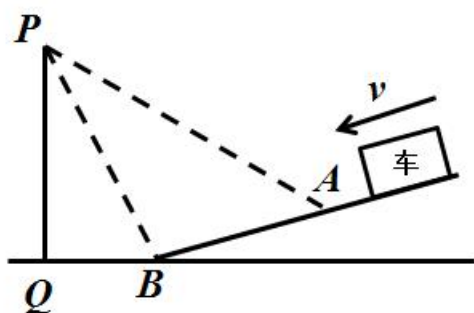
- (1) 填空: 向量 $\overrightarrow{AE} =$ _____;
- (2) 填空: 向量 $\overrightarrow{BF} =$ _____, 并在图中画出向量 $\overrightarrow{BF}$ 在向量 $\overrightarrow{BA}$ 和 $\overrightarrow{BC}$ 方向上的分向量.
- (注: 本题结果用含向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的式子表示, 画图不要求写作法, 但要指出所作图中表示结论的向量)

21. 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, AB 长为 4, $AB = AC$, 连接 CO 并延长, 交边 AB 于点 D , 交 $\odot O$ 于点 E , 且 E 为弧 AB 的中点, 求:



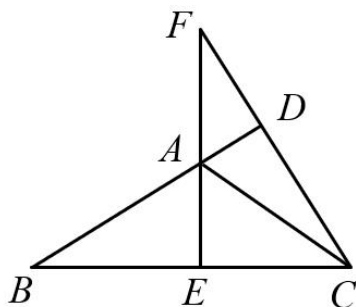
- (1) 边 BC 的长;
- (2) $\odot O$ 的半径.

22. 为了监控大桥下坡路段车辆行驶速度, 通常会在下引桥处设置电子眼进行区间测速, 如图, 电子眼位于点 P 处, 离地面的铅锤高度 PQ 为 9 米, 区间测速的起点为下引桥坡面点 A 处, 此时电子眼的俯角为 30° ; 区间测速的终点为下引桥坡脚点 B 处, 此时电子眼的俯角为 60° (A 、 B 、 P 、 Q 四点在同一平面).



- (1) 求路段 BQ 的长 (结果保留根号);
- (2) 当下引桥坡度 $i = 1:2\sqrt{3}$ 时, 求电子眼区间测速路段 AB 的长 (结果保留根号).

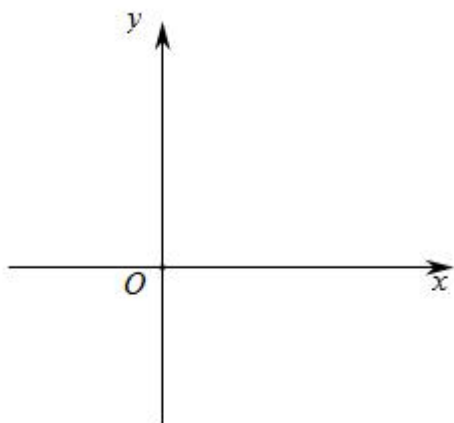
23. 如图, 点 E 为 $\triangle ABC$ 边 BC 上一点, 过点 C 作 $CD \perp BA$, 交 BA 的延长线于点 D , 交 EA 的延长线于点 F , 且 $AF \cdot CD = BC \cdot AD$.



- (1) 求证: $AE \perp BC$;

(2) 如果 $BE = CE$ ，求证： $BC^2 = 2BD \cdot AC$.

24. 在平面直角坐标系 xOy 中，如果抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 上存在一点 A ，使点 A 关于坐标原点 O 的对称点 A' 也在这条抛物线上，那么我们把这条抛物线叫做回归抛物线，点 A 叫做这条抛物线的回归点.

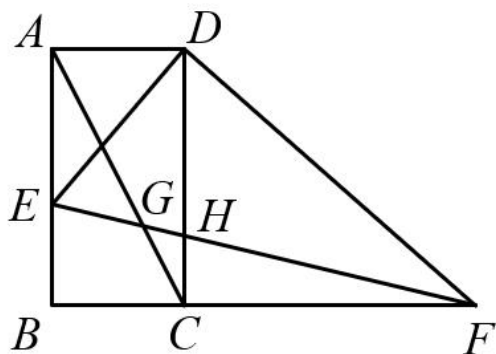


(1) 已知点 M 在抛物线 $y = -x^2 + 2x + 4$ 上，且点 M 的横坐标为 2，试判断抛物线 $y = -x^2 + 2x + 4$ 是否为回归抛物线，并说明理由；

(2) 已知点 C 为回归抛物线 $y = -x^2 - 2x + c$ 的顶点，如果点 C 是这条抛物线的回归点，求这条抛物线的表达式；

(3) 在 (2) 的条件下，所求得的抛物线的对称轴与 x 轴交于点 D . 连接 CO 并延长，交该抛物线于点 E . 点 F 是射线 CD 上一点，如果 $\angle CFE = \angle DEC$ ，求点 F 的坐标.

25. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 2$ ， $AD = 1$ ，点 E 在边 AB 上 (点 E 与端点 A 、 B 不重合)，联结 DE ，过点 D 作 $DF \perp DE$ ，交 BC 的延长线于点 F ，连接 EF ，与对角线 AC 、边 CD 分别交于点 G 、 H . 设 $AE = x$ ， $DH = y$.



(1) 求证： $\triangle ADE \sim \triangle CDF$ ，并求 $\angle EFD$ 的正切值；

(2) 求 y 关于 x 的函数解析式，并写出该函数的定义域；

(3) 连接 BG, 当 $\triangle BGE$ 与 $\triangle DEH$ 相似时, 求 x 的值.

